

LUNDS UNIVERSITETS ÅRSSKRIFT. N. F. Afd. 2. Bd 7. Nr 2.
KONGL. FYSIOGRAFISKA SÄLLSKAPETS HANDLINGAR. N. F. Bd 22. Nr 2.

MAGNETISCHE FELDMESSUNG

VON

MANNE SIEGBAHN



LUND
C. W. K. GLEERUP

MAGNETISCHE FELDMESSUNG

VON

MANNE SIEGBAHN

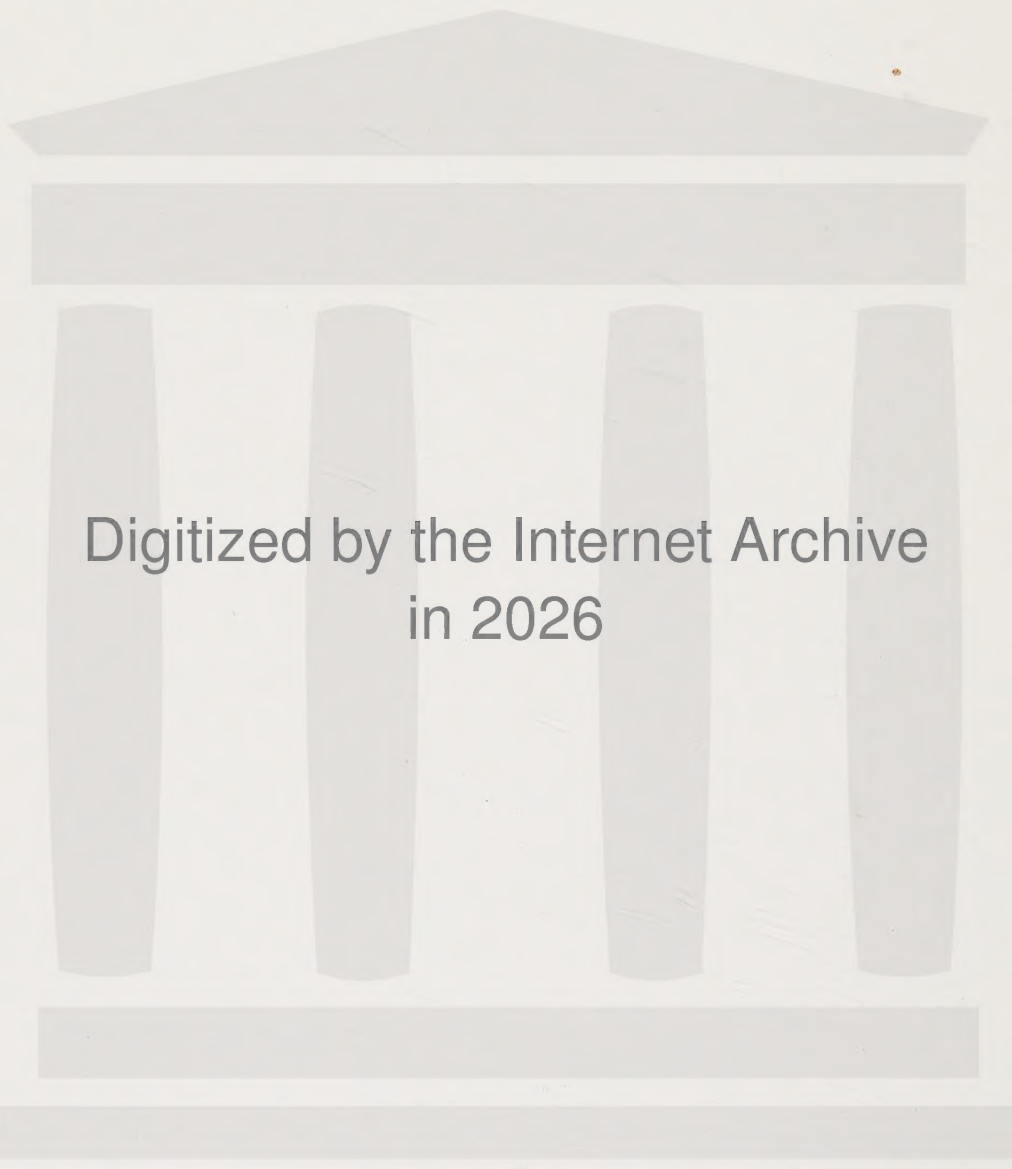
AKADEMISK AVHANDLING

SOM MED TILLSTÅND AF FILOSOFISKA FAKULTETENS I LUND MATEMATISK-NATURVETENSKAPLIGA
SEKTION FÖR FILOSOFIE DOKTORSGRADS VINNANDE OFFENTLIGEN FÖRSVARAS Å FYSISKA INSTITUTIONENS
FÖRELÄSNINGSSAL ONSDAGEN DEN 26 APRIL 1911 KL. 10 F. M.



LUND 1911

HÅKAN OHLSSONS BUCHDRUCKEREI



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553402_0024

LUNDS UNIVERSITETS ÅRSSKRIFT. N. F. Afd. 2. Bd 7. Nr 2.
KONGL. FYSIOGRAFISKA SÄLLSKAPETS HANDLINGAR. N. F. Bd 22. Nr 2.

MAGNETISCHE FELDMESSUNG

VON

MANNE SIEGBAHN



LUND 1911
HÅKAN OHLSSONS BUCHDRUCKERI

I.

Einleitung.

Eine der Hauptfragen bei magnetischen Untersuchungen ist die Bestimmung der Intensität magnetischer Felder. Diese Aufgabe kann wiederum je nach dem Zwecke der Untersuchung verschieden formuliert werden. In gewissen Fällen kann es genügen, die Konstanz des Feldes innerhalb des verwendeten Raumes zu konstatieren; in anderen Fällen will man die Variation des Feldes in einer bestimmten Richtung kennen. So hat z. B. P. CURIE¹ bei einem gewöhnlichen Ruhmkorffschen Elektromagnet ausser der Feldstärke H auch den Verlauf der Funktionen $\frac{\partial H}{\partial x}$ und $H \frac{\partial H}{\partial x}$ untersucht. Schliesslich bleibt als eine der wichtigsten Fragen die Bestimmung der Feldstärke in absolutem Masse übrig. Die experimentelle Ermittlung dieser Faktoren ist um so nötiger, als die theoretische Berechnung des Feldes sich im allgemeinen nicht durchführen lässt.

Das Auswerten der Magnetfelder, welche bei Elektromagneten (nach Ruhmkorff) mit platten und konischen Polschuhen entstehen, ist zwar von STEFAN² und gleichzeitig von EWING und LOW³ ausgeführt worden. Die Voraussetzung hierbei ist aber, dass die Polschuhe als mit einer homogenen Flächendichte belegt angesehen werden können, was niemals völlig zutrifft. Über diese Berechnungen werden wir weiter unten sprechen.

Zur experimentellen Ermittlung der magnetischen Feldstärke kann man sich einer Menge Methoden bedienen; eine Zusammenstellung derselben nebst Angabe ihrer Verwendungsgebiete findet man z. B. in DU BOIS, Magnetische Kreise.

Bei Untersuchung stärkerer Magnetfelder kommen hauptsächlich folgende drei Methoden zur Verwendung:

1. der ballistische Galvanometer,
2. die Steighöhenmethode von Quincke⁴,
3. die Wismutspirale.

¹ CURIE: Journ. de Phys. (3) 4, 197, 263, 1895. C. R. 116, 136, 1893.

² STEFAN: Wien. Ber. 97: II, 176, 1888; 98: II, 1142, 1889; Wied. Ann. 38, 440, 1889.

³ EWING und LOW: Phil. Trans A, 221, 1889.

⁴ DU BOIS giebt in seiner cit. Arbeit eine Verbesserung der Methode an.

Von diesen drei Methoden kann nur die erste zur Bestimmung der Feldintensität in C. G. S.-Einheiten dienen; bei den beiden anderen muss die Eichung durch Vergleichung mit einem anderswo experimentell bestimmten Feld¹ geschehen. Gewöhnlich wird wohl diese Fundamentalbestimmung nach der ballistischen Methode ausgeführt. Die erstgenannte Methode erlangt hierdurch eine grössere Bedeutung als die anderen. Hierzu kommt noch der Umstand, dass bei Messungen nach der ballistischen Methode eine grössere Genauigkeit erreicht werden kann. Gemäss neuen Untersuchungen von GANS und GMELIN² lassen sich bei Berücksichtigung aller Fehlerfaktoren mit dieser Methode Feldstärken mit einer Genauigkeit von etwa 0,2 % bestimmen. Gegen die letztere, am meisten benutzte Methode ist einzuwenden dass sie auf einer in theoretischer Hinsicht kompliziertes Phänomen gegründet ist, das noch nicht als völlig aufgeklärt angesehen werden kann. Ferner steht die gemessenen Grösse (die Widerstandszunahme) in keiner einfachen Beziehung zur gesuchten Quantität (der Feldstärke). Als geeigneter sind dagegen Instrumente zu bezeichnen bei denen es auf die theoretisch bekannte Wechselwirkung zwischen Magneten und elektrischen Strömen ankommt.

I. Der Drehspulmagnetometer.

Während die ersten Strommesser auf das Prinzip einer beweglichen Magnetnadel in einer festen, von dem zu untersuchenden Strom durchflossenen Spule gegründet waren, ist man nunmehr zur Umkehrung dieses Instrumentes übergegangen: man lässt den Strom eine bewegliche Spule passieren, die in einem starken, homogenen Magnetfeld angebracht ist. Dieses Prinzip ist selbstverständlich ebenso gut für magnetische Messungen verwendbar, wenn man den Strom als bekannt voraussetzt. In der Tat scheint sogar diese Methode zuerst für magnetische Messungen angewandt worden zu sein. Der von W. WEBER³ angegebene Magnetometer bestand aus einer bifilar aufgehängten Spule, wobei die Aufhängungsdrähte zugleich zur Stromzuführung dienten. In dieser Form ist der Magnetometer von KIRCHHOFF⁴ u. a. angewandt worden. Verbessert wurde das Instrument von F. KOHLRAUSCH⁵. In dieser Form war die Methode nur zur Messung räumlich ausgedehnter, d. h. schwächerer Magnetfelder geeignet.

Die Verwendung dieses Prinzips zur Messung magnetischer Felder ist später von mehreren Autoren versucht worden. Die Verschiedenheit der Instrumente liegt in der Methode der Messung des Drehungsmomentes. Eine Übersicht dieser Methoden

¹ Hier ist noch die Eichung mittels »Normalfeldstärken« zu erwähnen, die von Gans eingeführt ist.

GANS: Phys. Zs 8, 523, 1907.

² GANS und GMELIN: Ann. d. Phys. (4) 28, 925, 1909.

³ W. WEBER: Sächs. Ber. 186, 2411, 1846.

⁴ KIRCHHOFF: Breslau 1850.

⁵ F. KOHLRAUSCH: Wied. Ann. 17, p. 737, 1882.

findet man in WINKELMANN'S: »Handbuch der Physik« Bd V: 2 p. 113. Bei einigen dieser Instrumente wird die Torsion zur Kompensation des Drehungsmomentes benutzt. Zuerst ist diese von A. DU BOIS-REYMOND¹ bei Untersuchungen des Drehstroms verwandt worden. Später haben EDSEY und STANSFIELD² ein Instrument konstruiert, bei dem die bewegliche Spule mittels Torsion in ihre Nulllage zurückgedreht wird. Dieses Instrument eignet sich nach ihren Angaben sehr gut zur Messung der bei elektr. Maschinen auftretenden Streufelder. Bedenkt man aber, dass starke Felder nur in sehr beschränkten Räumen auftreten, liegt es auf der Hand, dass das angegebene Instrument mit seinen verhältnismässig grossen Dimensionen zur Messung solcher Felder nicht geeignet ist. Hierzu kommt noch der Umstand, dass die Felder innerhalb eines so grossen Gebietes bedeutenden Veränderungen in Grösse und Richtung unterliegen. Eine Verminderung der Dimensionen ist aber ohne weiteres nicht vorzunehmen. — Es ist der Zweck der vorliegenden Untersuchung, die Konstruktion, Eichung und Messmethoden eines nach den obengenannten Prinzipien gebauten Instrumentes darzustellen.

II. Konstruktion des Magnetfeldmessers.

Als eine allgemeine Forderung, die jedes zur Messung stärkerer Magnetfelder konstruierte Instrument zu erfüllen hat, ist die der räumlichen Beschränkung aufzustellen; und dies aus zwei Gründen: erstens können starke Felder nur in verhältnismässig kleinen Gebieten erzeugt werden, zweitens ist es oft wünschenswert, die Feldstärke in einem bestimmten Punkte zu kennen. In letzterer Hinsicht sind wegen der praktischen Schwierigkeiten gewisse Grenzen gesetzt; jedes Instrument kann nur einen Mittelwert über eine gewisse Fläche geben.

Die hier aufgestellte Anforderung ist in grösstmöglichem Masse bei Konstruktion des Apparates berücksichtigt worden. Wie Fig. 1 zeigt, besteht das Instrument aus einer kleinen auf Ebonit gewickelten Spule, die auf einem Torsionsdraht befestigt ist. Dieser Torsionsdraht besteht aber aus zwei von einander isolierten Hälften: jede von ihnen dient als Zuleitung für den Messstrom. Am oberen Ende wird der Torsionsdraht mittels einer Spiralfeder gespannt; um eine bestimmte Lage zu sichern wird die kleine Spiralfeder durch einen schmalen Stab, der in einer Ausbohrung läuft, gesteuert. Die ganze obere Befestigung ist durch einen Ebonitcylinder von der umgebenden Hülle isoliert. Zum Halten des unteren Endes des Torsionsdrahtes dient ein in der genannten Hülle befestigter Messingstab. Die Spannung des Drahtes wird einfach durch Heben der oberen Befestigung reguliert.

Die Dimensionen werden je nach der Verwendungsart verschieden gewählt. Bei den später zu beschreibenden Untersuchungen wurde ein Instrument verwandt, das einen Torsionsdraht aus 0,05 mm. dicken Platindraht besass. Die kleine Spule

¹ A. DU BOIS-REYMOND: E. T. Z. 12, 305, 1891.

² EDSEY und STANSFIELD: Phil. Mag. (5) 34, 186, 1892.

bestand aus 35 Wicklungen dünnsten, isolierten Kupferdrahtes und hatte einen äusseren Durchmesser von etwa 5 mm.

Wie die Figur zeigt, ist der eben beschriebene Teil in ein Messingrohr eingesetzt. Die Stromzuführung wird teils durch eine in der oberen isolierten Befestigung,

teils durch eine im Boden der leitenden Hülle angebrachte Schraube ermittelt. Das auf die stromführende Spule im Magnetfelde wirkende Drehungsmoment erhält man einfach durch Bestimmung des Drehungswinkels. Zu diesem Zwecke ist an der Ebonitplatte der Spule ein kleiner, planparalleler Spiegel angebracht, der durch ein Fenster im Messingrohr gesehen werden kann.

Zur Erzielung einer passenden Dämpfung wird das Instrument mit einer Flüssigkeit gefüllt. Eine allen Anforderungen genügende Dämpfungsflüssigkeit zu finden bereitet einige Schwierigkeiten. Ausser dem Dämpfungsvermögen kommt nämlich folgende Eigenschaft in Betracht: Ist der Spiegel anfangs parallel dem Fenster eingestellt, bildet sich beim Drehen der Spule im Magnetfelde zwischen Spiegel und Fenster ein brechendes Prisma, das die Ablesungsgenauigkeit sehr beeinträchtigt. Um diese schädliche Einwirkung zu entgehen

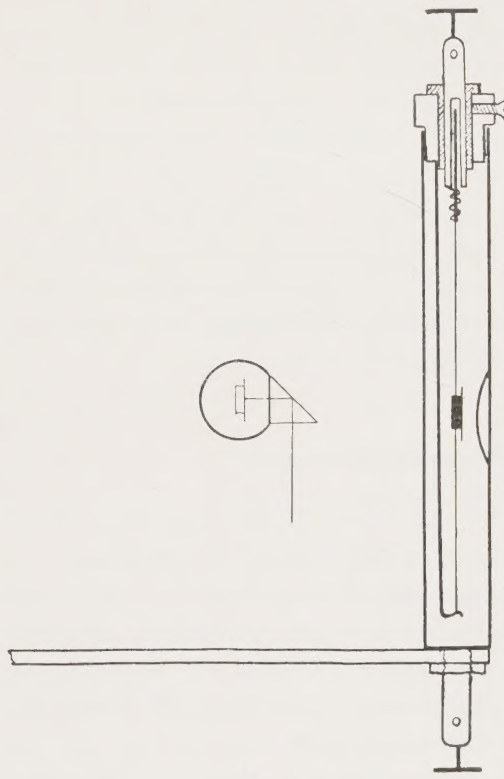


Fig. 1.

muss eine wenig disperse Flüssigkeit gewählt werden. Von den von mir geprüften Flüssigkeiten hat sich reines Vaselineöl am besten bewährt.

III. Ablesungsmethoden.

Wegen der Kleinheit des Spiegels ist die gewöhnliche Poggendorffsche Spiegelablesung kaum zu verwenden. Dagegen ist die objektive Methode brauchbar; allerdings erfordert sie grosse Sorgfalt, um dieselbe Genauigkeit zu geben. Als Lichtquelle wurde ein vertikalstehender Nernstfaden verwandt, zur Projizierung des Bildes diente eine achromatische Linse. Der Spiegel war vorher genau parallel mit dem kleinen Fenster eingestellt, um der Prismenwirkung zu entgehen. Das Bild des Nernstfadens auf der Skala besass dann scharfe Begrenzungslinien, deren Lage abgelesen wurde. Beim Erregen des Stroms entsteht das oben erwähnte Flüssigkeitsprisma, das sich zuerst in einem Unscharfmachen der Kanten zeigt, bei grösseren

Ausschlägen aber das Fadenbild färbt. Mit Vaselineöl als Dämpfungsflüssigkeit sind aus diesem Grunde bei einem Skalenabstand von etwa 2 m. Ausschläge von höchstens 10 cm zu verwenden; bei Ricinusöl noch kleinere. Innerhalb dieser Grenzen können aber Zehntelmillimeter ziemlich gut geschätzt werden.

Das Instrument zeigt unmittelbar nur die Komponente des Magnetfeldes, das in der Spulenebene liegt; zur vollkommen Definierung des Feldes sind aber auch die zu der früheren senkrechten Komponenten zu bestimmen. Um dieses Ziel bequem zu erreichen wird ein totalreflektierendes, rechtwinkliges Prisma auf das Fenster gelegt, wie Fig. 1 B zeigt. Um guten optischen Kontakt zwischen Prisma und Fenster zu erzielen wird etwas Zedernholzöl dazwischengelegt. Durch diese Anordnung gewinnt man auch die Möglichkeit einer bequemen Einstellung des Instrumentes in zwei zu einander senkrechten Richtungen. Man bringt dann nur die beiden an der Vorderfläche des Fensters resp. des Prismas erzeugten Bilder zur Koinzidenz⁹ mit den »wirklichen« Spiegelbildern. Zu diesem Zwecke ist der Magnetfeldmesser in seinem Halter so angebracht, dass er um seine Röhrenachse gedreht werden kann. — Beim Eichn des Instruments in der Feldspule (siehe w. u.) wurde, um bessere Bilder zu erzielen, und da hier guter Platz zur Verfügung stand, einen kleiner Galvanometerspiegel mittels eines besonderen, abnehmbaren Stativs an dem Magnetfeldmesser angebracht.

Die hier angegebene Methode erfordert aber einer nicht allzu beschränkten Raum wegen Skala und Skalenabstand usw. Ferner ist die Orientierung des Instrumentes nicht willkürlich zu wählen. Bei Untersuchung eines Feldes in verschiedenen Punkten müssen die Skalenabstände jedesmal ermittelt und die nötige Korrektur ihrer Veränderung an den Ablesungen angebracht werden (siehe w. u.). Um diese Schwierigkeiten zu vermeiden kann folgende Ablesungsmethode angewandt werden. Über die vordere Objektivfläche eines Okularmikrometers wird senkrecht einen Kokonfaden gespannt. Das Spiegelbild dieses Fadens wird in dem kleinen Spiegel betrachtet. Erfährt der Spiegel eine kleine Drehung, so verschiebt sich das Spiegelbild und somit auch das Bild im Okular. Die Grösse der Verschiebung wird an der Skala abgelesen. Die Methode ist einfach eine Umkehrung des gewöhnlichen Poggendorff'schen Ablesungsverfahrens. — Die Anordnung zeigt Fig. 2. Der hier sichtbare Magnetfeldmesser ist von älterer Konstruktion, bei der die Dämpfung



Fig. 2.

mittels eines Luftdämpfers aus einer dünnen Glimmerplatte erzielt wurde. Die Schutzkappe ist auf dem Bilde heruntergeklappt.

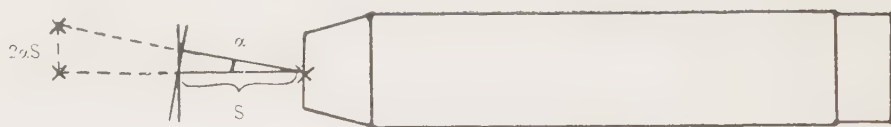


Fig. 3.

Die Grösse der Verschiebung (in Skalenteilen) hängt von zwei Faktoren ab (siehe Fig. 3):

1. Abstand zwischen Faden und Spiegel (s):
2. Vergrößerung des Mikroskops: die letztere definieren wir hier zweckmässigerweise als die Anzahl der Skalenteile (f), die 1 Millimeter entspricht. Ist α die Drehung des Spiegels, finden wir:

$$m = 2\alpha \cdot s \cdot f.$$

Die Ablesung nach der Poggendorffschen Methode bei einem Skalenabstand von 1000 Skalenteilen würde ergeben:

$$n = 2 \cdot 1000 \cdot \alpha.$$

Das Verhältnis der beiden Ablesungen ist somit:

$$\frac{m}{n} = \frac{s \cdot f}{1000}.$$

Das Produkt $s \cdot f$ ist eine das Okularmikrometer definierende Grösse. Wird dieses gleich 1000 gewählt, ergeben die beiden Methoden dieselbe Genauigkeit. Bei einem von mir verwandten Mikroskope waren die Grössen:

$$s = 25 \text{ mm.}$$

$$f = 15 \text{ mm.}$$

In diesem Falle ist also

$$\frac{m}{n} = \frac{375}{1000}.$$

Die Genauigkeit ist hierbei nicht so gross wie bei den gewöhnlichen Methoden. Hier ist aber zu bemerken, dass Zehntelskalenteile weit genauer geschätzt werden können.

Wir wollen nun eine Schätzung der Minimalgrösse des verwendeten Spiegels vornehmen. Er muss wenigstens so gross sein, dass das Bild des Fadens beim

Drehen des Spiegels über die ganze Okularskala sichtbar ist. Ist die gesamte Anzahl der Okularskalteile M , der Durchmesser des Spiegels d mm, so ergibt sich

$$2df > M,$$

$$\therefore d > \frac{M}{2f}.$$

Wir sehen also, dass eine Vergrößerung von f auch hier vorteilhaft ist, d. h. umso kleiner kann der Spiegel gewählt werden. Bei dem oben genannten Mikroskop betrug

$$M = 100.$$

Die nötige Spiegelgrösse zur vollen Ausnutzung der Skale ist somit:

$$d = \frac{100}{2 \cdot 15} = 3,3 \text{ mm.}$$

IV. Eichungsverfahren.

Um das Instrument zur absoluten Bestimmung einer Feldstärke verwenden zu können ist es nötig, den Ausschlag bei einer bekannten Feldintensität zu kennen. Da aber die Empfindlichkeit des Instrumentes durch das Variieren des Solenoidstromes verändert werden kann, braucht die Eichfeldstärke gar nicht von derselben Grössenordnung wie das zu untersuchende Feld zu sein. Die im allgemeinen vorkommenden Magnetfelder werden durch Solenoiden mit Eisenkern erzeugt, deren Feldstärke nicht direkt berechnet werden kann, zur Eichung ist daher entweder ein Solenoid mit genau berechenbarem Magnetfeld, d. h. ohne Eisenkern, oder ein anderswo bestimmtes, genau reproduzierbares Magnetfeld mit Eisen zu verwenden.

Beim Eichen des Instrumentes wurden beide Methoden verwandt; die fundamentale muss aber selbstverständlich die erstgenannte sein. Zur Erzeugung eines berechenbaren Feldes wurde eine ziemlich weite Spule benutzt: die Länge wurde so gewählt, dass die Feldstärke in der Mitte der Spulenachse innerhalb 1 cm mit weniger als 0,1 % variierte.

Für die Feldstärke in einer cylindrisch gewickelten Spule gilt folgende Formel¹

$$H = \frac{\pi ni}{10l} \left\{ \frac{x+l}{\sqrt{a^2 + (x+l)^2}} - \frac{x-l}{\sqrt{a^2 + (x-l)^2}} + \frac{3}{2^3} a^2 y^2 \left[\frac{x+l}{[a^2 + (x+l)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{x-l}{[a^2 + (x-l)^2]^{\frac{3}{2}}} \right] + \frac{3 \cdot 5}{2^2 4^2} a^2 y^4 \left[\dots \dots \dots \right] + \dots \dots \dots \right\} \dots \dots \dots (1)$$

Hier bedeutet n die Zahl der Windungen,

i die Stromstärke in Amp.,

l die halbe Länge der Spule,

x den Abstand von der Mittelebene,

a den mittleren Halbmesser der Windungslage,

y den Abstand von der Spulenachse.

¹ MASCART et JOUBERT: L'électricité et le magnetism. II: p. 106.

Werden die Untersuchungen in der Nähe der Spulenachse ausgeführt, d. h. ist y klein, so können, wenn a gross ist, die mit y multiplizierten Termen wegge lassen werden. Deren erster kann nämlich folgendermassen geschrieben werden:

$$\frac{3}{2^2} \frac{y^2 \cdot 2l}{a^3 \left(1 + \frac{a^2}{l^2}\right)^{\frac{5}{2}}}$$

wenn x gleich Null gesetzt wird. Unter den gegebenen Voraussetzungen ist dieser Term zu vernachlässigen. Die Formel für die Feldstärke wird somit einfach die folgende:

$$H = \frac{\pi ni}{10l} \left\{ \frac{x+l}{\sqrt{a^2 + (x+l)^2}} - \frac{x-l}{\sqrt{a^2 + (x-l)^2}} \right\}.$$

Hierbei ist ferner vorausgesetzt worden, dass die Windungen ganz dicht (ohne Isolation) aneinander liegen; diese Annahme ist innerhalb des verwendeten Messraumes (in der Nähe der Spulenmitte) statthaft. Im vorliegenden Falle wurden zwei sehr sorgfältig gewickelte Spulen benutzt, und um eine schädliche Erwärmung des Messinstrumentes zu verhüten, wurden sie auf einen doppelwandigen Cylinder aus elektrolytischem Kupfer gewickelt. Dieser wurde während des Versuches mit Wasser durchgespült. Die Materialien der Spulen wurden ferner auf Eisen untersucht. Ausserdem zeigen die im folgenden mitgeteilten Messungen eine (innerhalb der Versuchsfehler) vollkommene Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Werten des Magnetfeldes.

Die Dimensionen der Spulen waren

$$\begin{aligned} \text{I. } l &= 10,00 \text{ cm.} \\ a &= 6,40 \text{ cm.} \\ n &= 675. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } l &= 10,00 \text{ cm.} \\ a &= 6,479 \text{ cm.} \\ n &= 1054. \end{aligned}$$

V. Versuchsanordnung.

Der erste Teil der Untersuchung betrifft eine Prüfung der theoretischen Formeln der Magnetfeldstärke in den Spulen. Eine derartige Untersuchung war um so nötiger, als die, so viel ich weiss, einzigen bezüglichlichen Messergebnisse¹ ein der Theorie widersprechendes Resultat ergeben haben. Hier muss betont werden, dass die fehlende Übereinstimmung in dieser Hinsicht ihre Ursache in der unvollkommenen Realisierung der theoretischen Bedingungen hat; gegen die Berechnungen können keine Einwände erhoben werden.

Zur Untersuchung der Verwendbarkeit der Formel wurde die Feldstärke längs der Spulenachse bestimmt. Zu diesem Zwecke wurde die Spule auf einen Holz-

¹ N. STOYANOFF; Phys. Zs. 13, 1909, 430.

kasten (ohne Eisen in irgendwelcher Form) verschiebbar angeordnet. Zur Messung der Verschiebungen diente eine fest angeordnete Skala. Die Feldstärken wurden in Abständen von 1 cm bestimmt. Die Stromstärke im Magnetometersolenoid betrug dabei 0,0100 Amp. mittels eines Precisionsmilliamperemeters von Siemens und Halske gemessen. Dieses Instrument besass allerdings bedeutende Korrekturen: da es aber hier nur auf Kontrollierung des Konstanthaltens ankommt, war dies belanglos. Als Stromquelle dienten zwei Trockenelemente (R. R. Stockholm), die sich bei dieser Stromstärke als vorzüglich konstant zeigten. Die Ausschläge des Magnetometers wurden nach der oben beschriebenen objektiven Methode abgelesen.

Grössere Schwierigkeiten bereitete das Konstanthalten des Stromes in der Stromspule. Die Verwendung des Lichtnetzes war wegen der grossen Intensitätsschwankungen nicht möglich. Dagegen gab die Accumulatorbatterie des Instituts wenn neugeladen und nach einer konstanten Stromabnahme während einer halben Stunde einen für diese Versuche hinreichend konstanten Strom.

Die erste Bestimmung betraf die Feldstärke in der Mitte der Spulenchse bei einer Stromstärke in der Feldspule von 1,50 Amp., gemessen mit Westonampere-meter. Dieser zeigte innerhalb der Ablesungsfehler richtige Werte. Die Messungsergebnisse sind in der folgenden Tabelle wiedergegeben.

Feldstärke in der Nähe der Spulen mitte.

Stromstärke in der Spule = 1,50 Amp.

Magnetometerstromstärke = 0,0100 Amp.

Koordinate in der Achsen- richtung der Spule	Magnetometer- ablesungen	Magnetometer- ausschläge
17.1	12.64	
	7.83	4.81
17.3	12.51	
	7.70	4.81
17.5	12.49	
	7.68	4.81
17.7	12.43	
	7.62	4.81
17.9	12.40	
	7.60	4.80
18.1	12.37	
	7.56	4.81
18.3	12.33	
	7.52	4.81
18.5	12.30	
	7.50	4.80
18.7	12.30	
	7.50	4.80

Als Mittelwert der Ausschläge in der Spulenmitte ergibt sich somit 4,81. Dieser wert entspricht einer Feldintensität von 53,39 C. G. S.-Einheiten nach Formel (2) berechnet. Die gefundenen Ausschläge werden also durch Multiplikation mit $\frac{53.39}{4.81}$ in C. G. S.-Einheiten verwandelt.

Die Feldmessungen längs der Spulenachse sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Feldstärken in der Spulenachse.

	Längenkoordinate (38.3 — Spulenmitte)	Ablesungen der Magnetometerausschläge	Magnetometerausschläge	in Gausseinheiten verwandelt
0	37.5	12.12 7.90	4.82	53.5
1	38.5	12.09 7.24	4.85	(53.8)
2	39.5	11.99 7.18	4.81	53.4
3	40.5	11.90 7.11	4.79	53.2
4	41.5	11.79 7.10	4.69	52.1
5	42.5	11.70 7.12	4.58	50.8
6	43.5	11.59 7.18	4.41	49.0
7	44.5	11.42 7.23	4.19	46.5
8	45.5	11.23 7.31	3.92	43.5
9	46.5	11.01 7.42	3.59	39.8
10	47.5	10.81 7.68	3.13	34.7
11	48.5	10.52 7.86	2.66	29.5
12	49.5	10.35 8.07	2.28	25.3
13	50.5	10.12 8.25	1.87	20.8
14	51.5	9.98 8.48	1.50	16.7
15	52.5	9.83 8.62	1.21	13.4
16	53.5	9.78 8.80	0.98	10.9
17	54.5	9.74 8.91	0.83	9.2
18	55.5	9.69 9.02	0.67	7.4
19	56.5	9.66 9.11	0.55	6.1
20	57.5	6.65 9.20	0.45	5.0
21	58.5	9.61 9.23	0.38	4.2
22	59.5	9.60 9.29	0.31	3.4

Zur Vergleichung dieser Werte mit denen aus der Formel (2) berechneten wurden die Werte dieser Formel für jeden cm ermittelt. Bei der Stromstärke 1.50 Amp. erhält man dafür folgenden Werte:

Feldstärken in der Spulenachse.

x	H	x	H
0	53.390	11	25.543
0.5	53.348	12	21.131
1	53.223	13	17.253
2	52.709	14	14.000
3	51.814	15	11.358
4	50.480	16	9.252
5	48.635	17	7.587
6	46.193	18	6.271
7	43.089	19	5.229
8	39.811	20	4.397
9	34.958	21	3.729
10	30.261	22	3.187

Da die Längenkoordinaten der experimentellen und der berechneten Werte nicht, ganz denselben Ursprung haben, werden sie am besten graphisch verglichen. Die Figur zeigt, dass die Werte innerhalb der Fehlergrenzen vollkommen übereinstimmen.

Das Schaltungsschema beim Eichen des Magnetometers zeigt Fig. 4.

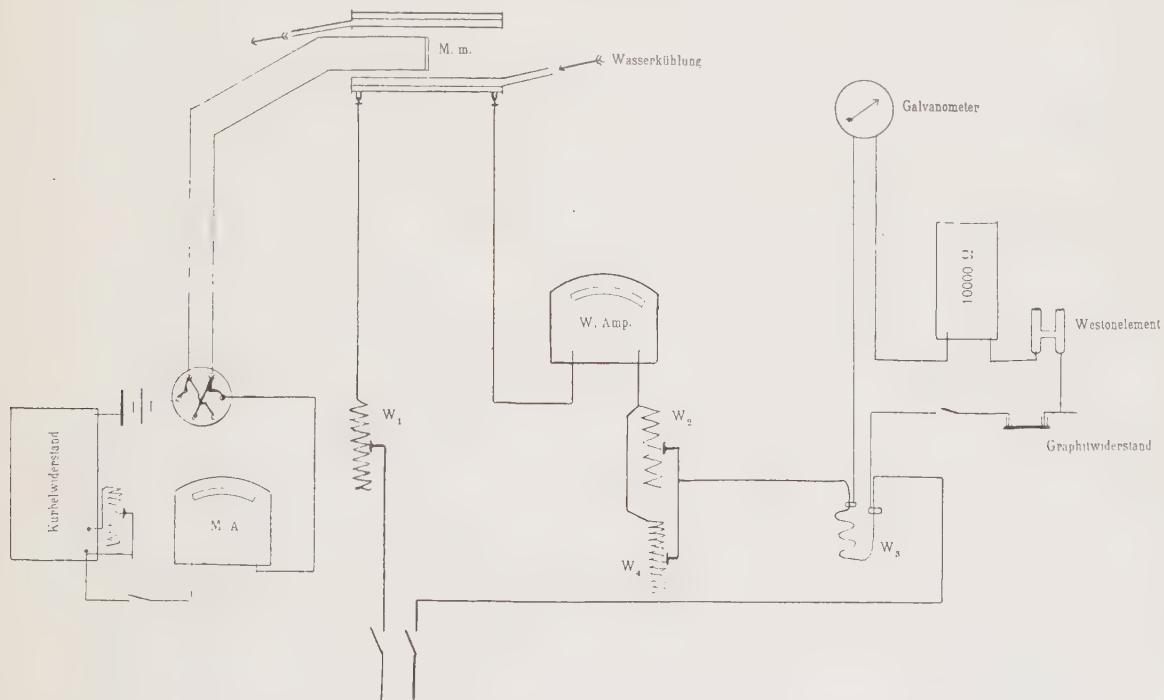


Fig. 4.

Die zur Eichung verwandte Spule war die oben mit II bezeichnete. Zum Schutze des Magnetometers gegen Erwärmung wurde die Spule mit Wasser gekühlt.

Um einer Korrektur der Feldstärke wegen des erdmagnetischen Feldes zu entgehen wurde das Spulenfeld senkrecht gegen den magnetischen Meridian eingestellt. Die Stromstärke in der Feldspule wurde folgendermassen bestimmt. Die ungefähre Einstellung der Stromstärke auf die gewünschten Werte von 2,00 Amp. wurde mit Hilfe eines Westonamperemessers ausgeführt. Zur genaueren Justierung diente eine Kompensationsmethode. Ein aus 1.2 mm dickem Manganindraht angefertigter Widerstand (W_3) von $\frac{1,0187}{2}$ Ohm (mit einem Fehler von höchstens 0,05 %) wurde in den Stromkreis eingeschaltet. Der Widerstand wird dabei zwischen zwei an dem Manganindraht festgeklebten Metallstücken gerechnet. Zwischen diesen beiden Klemmen war ein Kreis aus Normalelement (Weston 1,0187 Volt), Graphitwiderstand, Reostat und Drehspulengalvanometer eingeschaltet. Der Manganinwiderstand samt Klemmen wurde in Petroleum eingesenkt, dessen Temperatur bestimmt wurde. Die Temperatursteigerung betrug beim Stromdurchgang höchstens einige Grade. Die Widerstandsänderung durch die Temperatursteigerung kann also ebenso wie die thermoelektrischen Kräfte vernachlässigt werden. Das verwendete Normalelement wurde durch Vergleichung mit zwei geprüften Clarkelementen kontrolliert. Um eine feine Regulierbarkeit des Stromes zu erhalten wurde ein grosser Ruhstratwiderstand W_4 einem kleinen W_3 parallel geschaltet.

Wird jetzt der Strom im Hauptkreis so lange reguliert, bis der Kompensationskreis keinen Strom mehr anzeigt, ist der Potentialfall im Widerstand W_3 gleich der elektromotorischen Kraft im Normalelement. Wir kennen somit den Potentialfall und den Widerstand in einem Teil der Strombahn; die Stromstärke kann also berechnet werden, sie ist:

$$i = \frac{1,0187 \cdot 2}{1,0187} = 2,000$$

mit einer Genauigkeit von wenigstens 0,05 %. Da aber die verwandte Spannung (die Batterie des Institutes) beständige Änderungen zeigte, ist diese Genauigkeit nicht zu erreichen. Zur Erzielung der bestmöglichen Konstanz des Stromes wurde der Stromkreis etwa eine halbe Stunde vor Ausführung der Messung eingeschaltet. Die Stromstärke wurde unmittelbar vor jeder Messung justiert. — Als ein Nebenresultat ergab sich, dass der Westonstrommesser innerhalb der Ablesungsfehler richtige Werte zeigte.

Zur Anbringung des Magnetfeldmessers in der Spulenmitte diente ein am oben erwähnten Holzkasten fest angebrachtes Stativ aus Messing. Die Stromstärke im Magnetometerkreis wurde mit einem Präzisionsmilliamperemesser von Siemens und Halske bestimmt. Die Kontrollierung dieses Instrumentes zeigte ausser einer Nullpunktsverschiebung von etwa 0,4 Skalenteilen einen kleinen fortschreitenden Fehler. Als Stromquelle dienten zwei Trockenelemente. Die Ablesungen der Ausschläge nach der objektiven Methode wurden vor und nach der Umkehrung der Stromrichtung im Magnetometer ausgeführt.

Es fragt sich jetzt: ist eine Korrektur wegen der durch die Drehung veränderten Lage des Magnetometersolenoides anzubringen? Bezeichnet φ den Drehungswinkel, H die Magnetfeldstärke, so bewirkt die veränderte Lage, dass der Ausschlag proportional $H \cos \varphi$ wird. Setzen wir für $\cos \varphi$ ihre Reihenentwicklung ein, so wird:

$$\begin{aligned} H \cos \varphi &= H \left[1 - \frac{1}{2} \varphi^2 + \dots \right] \\ &= H \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{180} \right)^2 + \dots \right] \end{aligned}$$

wenn wir den Maximalausschlag = 8 cm, entsprechend der Stromstärke 0,01 Amp. bei einem Skalenabstand von 180 cm annehmen. Die wirklichen Werte von φ sind jedenfalls immer kleiner, da bei richtiger Orientierung nur der halbe Winkel zu rechnen ist. Der Wert des quadratischen Terms ist etwa 0,0005: er bedingt somit höchstens einen Fehler von 0,05 %. Da die hier mitgeteilten Messungen eine derartige Genauigkeit nicht nötig haben, ist diese Korrektur nicht in Betracht gezogen.

Eine weitere Fehlerquelle liegt in dem die Solenoidenspule umgebenden Messingrohr. Eine chemische Analyse¹ dieses Rohres hatte einen Eisengehalt von 0,15 % ergeben. Um die Schwächung des Feldes innerhalb des Cylinders zu schätzen wurde die Permeabilität des Rohres durch Wiegung in einem bekannten Feld bestimmt. In einem Feld von 3000 C. G. S.-Einheiten betrug die Gewichtszunahme etwa 5 mg. Aus der Formel

$$p = \frac{q}{8\pi} (\mu - 1) H^2,$$

wo p die Gewichtszunahme bedeutet, q der Querschnitt des Cylinders, μ die Permeabilität, H die Feldstärke ist, ergibt sich

$$\begin{aligned} \mu - 1 &= \frac{p \cdot 8\pi}{q H^2} \\ &< 2 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

Die Schwächung in einem cylindrischen Rohr ist nach Stefan:

$$g = 1 + \frac{1}{4} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right),$$

wo g das Verhältnis der äusseren zur inneren Feldstärke bedeutet; r , R sind die beiden Halbmesser des Hohlzylinders. Setzen wir jetzt unsere Werte in die Formel ein, so bekommen wir:

$$\begin{aligned} g &< 1 + \frac{10^{-8}}{1} \cdot \frac{1}{10} \\ &< 1 + 1 \cdot 10^{-9}. \end{aligned}$$

Als Resultat ergibt sich somit dass die Schwächung zu vernachlässigen ist.

¹ Die Analyse wurde freundlichst von Herrn Amanuensis L. SMITH am hiesigen, chemischen Institut ausgeführt.

Bei den in der folgenden Tabelle wiedergegebenen Messungen wurde folgendermassen verfahren: zuerst wurde die Stromstärke im Magnetometerkreis auf den gewünschten Wert reguliert, und der Stromkreis zur Erzielung des Gleichgewichts geschlossen gehalten. Dies erwies sich hauptsächlich bei den grössern Stromstärken (0,005—0,010 Amp.) als nötig. Dann wurde die Stromstärke in der Feldspule eingestellt und die Konstanz kontrolliert. Die Magnetometerausschläge wurden vor und nach zwei Kommutierungen abgelesen. Die Tabelle zeigt eine vollständige Messungsreihe.

Magnetometer- stromstärke in Milliamp. (unkorr.)	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschläge	Magnetometer- ausschläge [Mittelwert]
10.00	8.15	17.82	9.66	
	8.16			
	8.15	17.82	9.67	
	8.16			
	8.16	17.83	9.66	9.66
	8.18			
9.00	8.63	17.81	8.67	
	8.65			
	8.63	17.81	8.66	
	8.66			
	8.63	17.81	8.67	8.67
	8.65			
8.00	9.12	16.85	7.73	
	9.12			
	9.12	16.86	7.74	
	9.12			
	9.12	16.86	7.74	7.74
	9.12			
7.00	9.60	16.89	6.78	
	9.61			
	9.61	16.89	6.78	
	9.61			
	9.61	16.89	6.78	6.78
	9.61			

Magnetometer- stromstärke in Milliamp. (unkorr.)	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschläge	Magnetometer- ausschläge [Mittelwert]
6.00	10.11	15.92	5.81	
	10.11			
	10.11	15.92	5.81	
	10.11			
	10.11	15.92	5.81	5.81
	10.11			
5.00	10.61	15.48	4.87	
	10.61			
	10.61	15.48	4.87	
	10.61			
	10.61	15.48	4.87	4.87
	10.61			
4.00	11.10	15.00	3.90	
	11.10			
	11.10	15.00	3.90	
	11.10			
	11.10	15.00	3.90	3.90
	11.10			
3.00	11.60	14.51	2.905	
	11.61			
	11.61	14.52	2.91	
	11.61			
	11.61	14.52	2.91	2.91
	11.61			
2.00	12.11	14.09	1.98	
	12.11			
	12.11	14.09	1.98	
	12.11			
	12.11	14.09	1.98	1.98
	12.11			

Magnetometer- stromstärke in Milliamp. (unkorr.)	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschläge	Magnetometer- ausschläge [Mittelwert]
1.00	12.61	13.61	1.00	
	12.61			
	12.61	13.61	1.00	
	12.61			
	12.61	13.61	1.00	1.00
	12.61			

Die aus dieser Tabelle erhaltenen Werte können auch zur Kontrolle dienen, inwieweit die Ausschläge die Stromstärken im Magnetometer proportional sind. Zu diesem Zwecke gebe ich folgende drei nach einander angestellte Messungsreihen M_1 M_2 M_3 nebst ihren Mittelwerten M wieder. In der fünften Kolumne stehen die korrigierten Werte der Stromstärken. Die sechste Kolumne enthält die Ausschläge durch die entsprechende Stromstärke dividiert.

M_1	M_2	M_3	M	A	M/A
9.61	9.61	9.60	9.61	100.7	9.54
8.66	8.63	8.66	8.65	90.7	9.54
7.69	7.69	7.71	7.70	80.7	9.54
6.74	6.72	6.76	6.74	70.6	9.55
5.80	5.78	5.80	5.79	60.6	9.55
4.83	4.81	4.84	4.83	50.6	9.55
3.89	3.88	3.89	3.89	40.5	9.60
2.91	2.91	2.91	2.91	30.5	9.54
1.97	1.96	1.94	1.96	20.5	9.56
1.00	1.00	1.00	1.00	10.4	9.62

Die in der letzten Kolumne wiedergegeben Zahlen zeigen eine unerwartet gute Übereinstimmung. Bei den ersten sechs Werten, die die grösste Genauigkeit besitzen, sind die Abweichungen etwa 0,1 %. Was die Genauigkeit betrifft, sind die folgenden zwei Umstände zu beachten. Die eine wesentliche Fehlerursache ist die Stromstärkenbestimmung, die bei dem verwendeten Milliamperemesser wohl einen Fehler von 0,2 Skalenteilen herbeiführen könnte. Diese Fehler werden prozentualiter berechnet mit zunehmender Stromstärke kleiner. Die andre Fehlerursache liegt in der bei grösseren Ausschlägen eintretenden Färbung des Fadenbildes. Die hierdurch bedingten Fehler nehmen natürlich mit zunehmender Stromstärke zu. Da aber diese Fehler bei den verwandten Ausschlägen ziemlich unbedeutend sind, sind die bei den grösseren Stromstärken (0,005 bis 0,01) erhaltenen Werte als die genauesten anzusehen.

Als Mittelwert der Ausschläge bei einer Stromstärke von 0,0100 Amp. im Magnetometer erhalten wir somit

$$9,55 \text{ cm.}$$

bei einem Skalenabstand von 214,0 cm. Dies ergibt für einen Skalenabstand von 100,0 cm. den Ausschlag

$$4,46 \text{ cm.}$$

Das Feld in der Achse berechnet sich nach folgender Formel:

$$H = \frac{\pi m i}{5 \sqrt{a^2 + l^2}}$$

Die Bezeichnungen sind dieselben wie früher; i war 2,000 Amp.

$$H = 111,2 \text{ C.G.S.}$$

Die Fehler in diesem Wert beruhen hauptsächlich auf ungenügender Kenntnis von a . Wir wollen nun untersuchen welchen Einfluss ein Fehler in a auf die Bestimmung von H hat. Wir erhalten

$$\begin{aligned} \frac{dH}{H} &= - \frac{a da}{a^2 + l^2} \\ &= - \frac{1}{1 + \left(\frac{l}{a}\right)^2} \frac{da}{a} \end{aligned}$$

Setzen wir die Werte von l und a ein, so wird etwa

$$\frac{dH}{H} = - \frac{1}{3} \frac{da}{a};$$

d. h. wollen wir H mit einer Genauigkeit von 0,1% kennen, dürfen die Fehler in a höchstens 0,3% betragen, und dies würde auch der erlangten Genauigkeit entsprechen.

Von grösstem Interesse ist die Frage, ob die gefundene Magnetometerkonstante als wirkliche Konstante angesehen werden kann, d. h. ob die Eichung des Instrumentes nicht zu oft wiederholt werden muss. Zu ihrer Beantwortung wurde das Instrument nach vierzehntägigem Gebrauch wiederum geeicht. Zwei Eichungsserien wurden aufgenommen und zeigen folgende Werte:

M_1	M_2	M	A	M/A
8.03	8.06	8.05	100.7	7.99
7.24	7.24	7.24	90.7	7.98
6.40	6.42	6.41	80.7	7.94
5.60	5.66	5.63	70.6	7.97
4.82	4.86	4.84	60.6	7.99
4.01	4.06	4.04	50.6	7.98
3.26	3.26	3.26	40.5	8.05
2.43	2.46	2.45	30.5	8.03
1.62	1.65	1.64	20.5	8.00
0.84	0.81	0.83	10.4	7.98

Als Mittelwert des Ausschlages für einen Magnetometerstrom von 0,0100 Amp. ergibt sich

7,99 cm.

Da der Skalenabstand 179,5 cm war, bedeutet dies bei dem Skalenabstand 100,0 cm

4,45 cm.

Da der früher gefundene Wert 4,46 cm war, beträgt die ganze Änderung weniger als 0,3 %.

Bei einer Magnetometerstromstärke von 0,0100 und einem Skalenabstand von 100,0 cm gibt eine Feldstärke von

100 C. G. S. einen Ausschlag von 4,00 cm, von

24,99 C. G. S. » » » 1,00 »

Feldstärken in der Spulenachse (nach den Tabellen p. 12, 13)

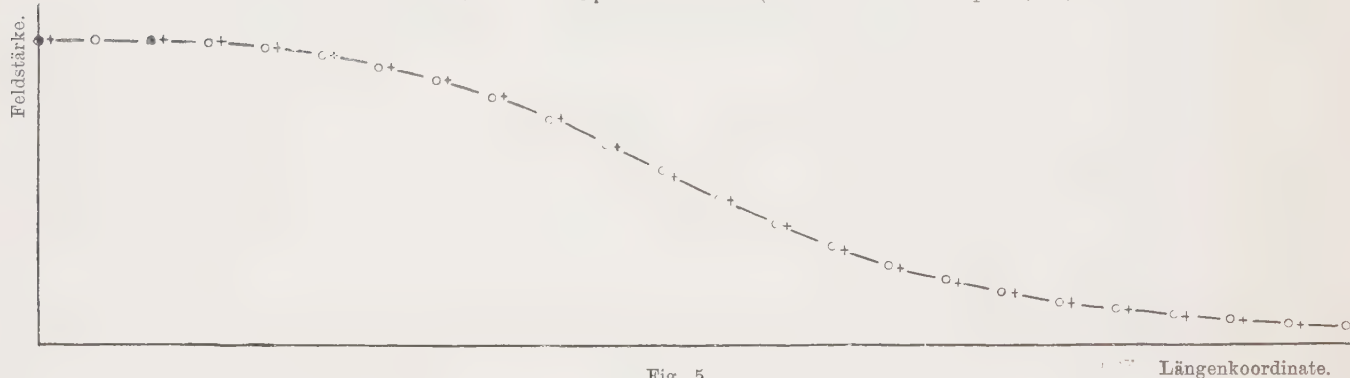


Fig. 5.

VI. Sekundäre Eichung.

Ausser dieser Fundamenteichung des Feldmessers ist zum praktischen Gebrauch eine einfachere Methode nötig. Zu diesem Zwecke kann man einen zweckmässig hergestellten, permanenten Magneten verwenden. Wie HIBBERT¹ gezeigt hat, kann mit einem einigermaßen geschlossenen permanenten Magnetkreis eine hinreichende Konstanz erzielt werden.

Dem Feldétalon wurde die Form eines aufgeschnittenen Ringes mit rechteckigem Querschnitt (20×25 mm².) gegeben. Die Schnittflächen waren einander parallel, um ein räumlich konstantes Feld zu geben. Über die Herstellung von konstanten, permanenten Magneten liegt eine ausführliche Untersuchung von STROUHAL und BARUS² vor. Nach den dort gegebenen praktischen Anweisungen liess ich den aus schwedischem Stahl (Dannemora 1,02 Kohlenstoffgehalt) hergestellten Ring zuerst etwa 10 Stunden in siedendem Wasser liegen. Nach dem Einschieben eines gut passenden, weichen Eisenstückes in den Schnitt, wurde der

¹ W. HIBBERT: Phil. Mag. (5) 33, 1892, p. 307.

² STROUHAL und BARUS: Ann d. Phys. 20, 1888, p. 662.

Ring mit 500 Wicklungen isolierten Kupferdrahtes (0.8 mm) umgeben. Die Magnetisierung wurde durch ziemlich rasche Steigerung des Stromes bis auf 20 Amp. und darauf folgende Verminderung herbeigeführt (vermittels Aus — bzw. Einschaltung von Widerständen). So wurde mehrmals verfahren und dabei darauf geachtet, dass der Ring keine schädliche Erwärmung erlitt. Nach der Abwicklung des Drahtes folgte eine nochmalige Erwärmung in siedendem Wasser.

Es leuchtet ein, dass die Verwendung dieser Eichungsmethode nur dann möglich ist, wenn das Feld eine genügende räumliche Konstanz besitzt. Es ist zu fordern, dass eine fehlerhafte Stellung des Magnetfeldmessers von etwa 0.5 mm eine Feldänderung von höchstens 0,1 % bedeutet. Inwieweit diese Forderung erfüllt ist, zeigt die folgende Tabelle. Dabei wurde die Feldstärke in radialer Richtung durch den Schnitt auf jeden Millimeter bestimmt. Die Bedeutung der verschiedenen Kolonnen ist unten angegeben. Die korrigierten Ausschläge sind die auf demselben Skalenabstand umgerechneten Ablesungen. Die letzte Kolonne gibt die mit Hilfe der Eichung im Spulenfelde berechneten Feldstärkenwerte an.

Skalenabstand = 154,0 cm.
Magnetometerstromstärke = 0,0040 Amp.

Längenkoordinate.	Ablesungen der Ausschläge.	Ausschlag.	Korrigierte Ausschlag.	Entsprechende Feldstärke in C. G. S.
7.0	11.41 4.30	7.11	7.11	288.5
8.0	11.44 4.29	7.15	7.15	290.1
9.0	11.48 4.29	7.19	7.18	291.3
10.0	11.50 4.29	7.21	7.20	292.1
11.0	11.52 4.30	7.22	7.20	292.1
12.0	11.53 4.30	7.23	7.21	292.5
13.0	11.55 4.31	7.24	7.21	292.5
14.0	11.57 4.32	7.25	7.22	292.9
15.0	11.58 4.33	7.25	7.21	292.5
16.0	11.59 4.35	7.24	7.20	292.1
17.0	11.59 4.37	7.22	7.17	290.9
18.0	11.60 4.40	7.20	7.15	290.1
19.0	11.59 4.41	7.18	7.13	289.3
20.0	11.60 4.43	7.17	7.11	288.5
21.0	11.60 4.46	7.14	7.08	287.2
22.0	11.61 4.49	7.12	7.05	286.0

Wie aus der Tabelle zu ersehen ist, beträgt die Änderung in der Nähe des Maximums innerhalb 3 mm nur etwa 0,13 ‰. In die nachfolgende graphische Tabelle sind die Werte in zehnfacher Vergrößerung eingetragen. Da jeder Millimeter einem geschätzten Zehntel entspricht, ist die Übereinstimmung als sehr gut zu betrachten. Zur besseren Veranschaulichung der Genauigkeit sind in die Figur ausser der gefundenen Kurve auch zwei um 0,2 ‰ verschobene Kurven eingezeichnet.

Feldstärke in Nähe des Maximums.

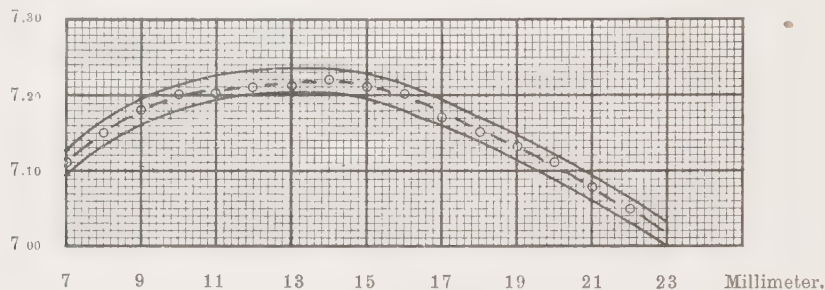


Fig. 6.

II.

Spezielle Magnetfelder.

Ehe wir zur Beschreibung der experimentell untersuchten Magnetfelder über gehen, wollen wir kurz über die theoretisch berechenbaren Felder berichten. Wie früher gesagt, ist die bezügliche Theorie von Stefan und Ewing und Low entwickelt. Hierbei wird vorausgesetzt, dass die Polstücke als mit einer homogenen Flächen-dichte belegt angesehen werden können. Die Feldstärke im Mittelpunkte des Feldes lässt sich dann einfach durch Integration über die Polflächen berechnen. Will man dagegen das Feld in anderen Punkten kennen, werden die Ausdrücke sehr kompliziert.

Bei ebenen Endflächen, die mit gleichförmigen, magnetischen Massen μ belegt sind, erhält man im Mittelpunkte eine Kraft

$$(1) \quad H = 4\pi\mu \left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \right)$$

wo $2a$ der Abstand zwischen den Platten, r deren Radius ist. Bei den zur Erreichung der grössten magnetischen Kraft üblichen, abgestutzten Kegelpolen erhält man unter der genannten Voraussetzung

$$(2) \quad H = 4\pi\mu \left(1 + \frac{2}{3\sqrt{3}} \log \frac{r}{a} - \frac{1}{3\sqrt{3}} \log 2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

Diese Formeln sind zuerst durch CZERMAK und HAUSMANNINGER¹ einer experimentellen Prüfung unterzogen worden. Die Untersuchung ergab das Resultat, dass die Stefansche Theorie nur eine sehr rohe Annäherung der richtigen Werte giebt. Wie aber von B. WALTER² gezeigt wurde, ist die Theorie tatsächlich bei sehr starken Feldern zu verwenden. Derartige hohe Intensitäten sind bei Flachpolen überhaupt nicht zu erreichen und auch bei Kegelpolen nur bei kleineren Polabständen. In diesen Fällen wird die Annahme vollständiger Sättigung bestätigt, und μ beträgt dann, wie schon FROMME³ gezeigt hatte, etwa 1700.

Sehen wir von diesen Spezialfällen ab, so ist die Berechnung der Intensität schon im Mittelpunkt nicht möglich, noch viel weniger also in anderen Punkten des Feldes⁴. Es bleibt uns somit nur die experimentelle Ermittlung der Feld-

¹ CZERMAK und HAUSMANNINGER: Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissenschaften zu Wien II:a. 97, 176, 1888.

² B. WALTER: Ann. d. Phys. 14, 106, 1904.

³ FROMME: Wied. Ann. 13, 695, 1881.

⁴ Das Versagen der Theorie bei unvollkommener Sättigung ist in der Verdrängung des Magnetismus an die Kanten zu suchen.

stärke übrig. Erst wenn ein einwandfreies und ausgedehntes Beobachtungsmaterial vorliegt, ist das Aufstellen einer die unvollkommene Sättigung umfassenden Theorie denkbar. Bis eine solche gefunden ist, können die empirisch gefundenen Tatsachen zur Erledigung verschiedener Fragen von grösstem Nutzen sein.

Zu diesem Zwecke wurden bei einigen geometrisch wohldefinierten Polschuhen an einem Ruhmkorffschen Elektromagnet die Feldstärken als Funktion verschiedener Variablen untersucht. Die Messungen wurden bei kleineren Werten des Magnetisierungsstromes ausgeführt, um die Verschiedenheiten zwischen schwacher und vollkommener Sättigung stärker hervorzuheben. Bei dieser kleineren Stromstärke war auch ein Konstanthalten des Stromes leichter, was für die Messungen von grossem Vorteil war.

VII. Die Messungen.

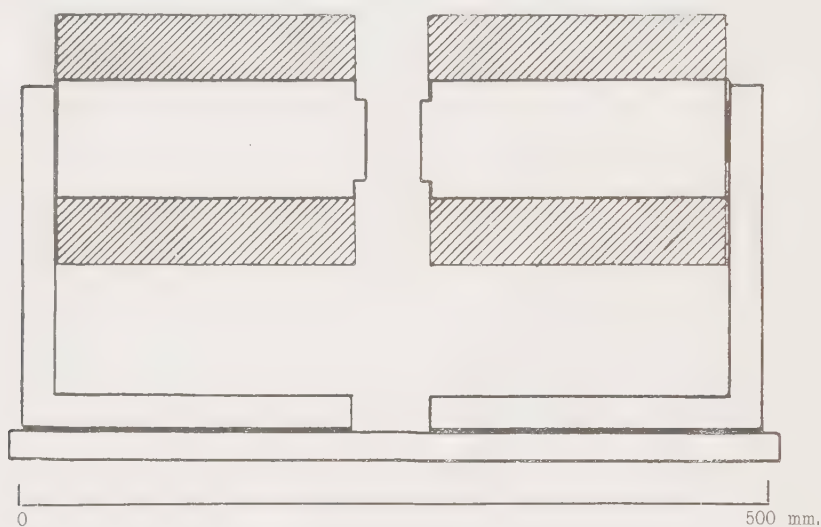


Fig. 7.

Bei den meisten magnetischen Untersuchungen werden die zuerst von RUHM-KORFF¹ angegebenen Elektromagneten benutzt und zwar mit Polansätzen von gewissen bestimmten Formen. Die Messungen wurden daher an einem derartigen Elektromagneten ausgeführt, dessen Dimensionen aus der Figur zu ersehen sind.

Selbstverständlich können die Ergebnisse auch zur Beurteilung des Feldes bei anderen Magnetformen, z. B. dem gebräuchlichen Ringelektromagneten von DU BOIS² dienen.

Eine zusammenfassende Darstellung der bei einem Ruhmkorffschen Elektromagneten auftretenden Felder gab G. QUINCKE³, der dieselben nach einer Steighöhenmethode untersuchte. Eine stark magnetische Flüssigkeit in einem Glastrog mit parallelen Begrenzungsflächen wurde in den Raum zwischen den Polen einge-

¹ RUHMKORFF: C. R. 23, 417, 538, 1846.

² H. DU BOIS: Magn. Kreise; Wied. Ann. 51, 537, 1894, und Ann. d. Phys. 1, 199, 1900.

³ G. QUINCKE: Ann. d. Phys. 24, 347, 1885.

führt. Die Steighöhe der Flüssigkeit an den verschiedenen Punkten diene als Mass der betreffenden Feldstärke. Selbstverständlich gab die Methode nur ein qualitatives Bild des Feldes. Andere Untersuchungen stammen von LEDUC¹ und SCARPA². Wir werden die genannten Arbeiten bei den verschiedenen Feldmessungen besprechen.

VIII. Feldstärke als Funktion des Magnetisierungsstromes.

Ehe wir an die Untersuchung der Felder bei den gewöhnlichen Polschuhformen gehen, wollen wir zur magnetischen Charakterisierung des Elektromagneten die Feldstärke als Funktion des Magnetisierungsstromes bestimmen. Nachdem der Magnet durch mehrmalige Kommutierung und Abschwächung des Stromes in seine magnetische Nulllage zurückgeführt war, wurde die Feldstärke, und zwar mit angesetzten Flachpolen bei verschiedenen Stromstärken bestimmt.

Die Feldstärke im Interferrikum setzt sich aus zwei Teilen zusammen: der direkten Wirkung des Stromsolenoides und den freien Magnetismus an den Polflächen. Der erste Teil ist im Verhältnis zum zweiten wenn auch nicht zu vernachlässigen so doch bedeutend kleiner. Da der Effekt des ersten Teiles nur in einer kleinen, mit der Stromstärke linear zunehmenden Hebung besteht, lassen wir die bezügliche Korrektur fort.

Magnetisierungsstromstärke	Magnetometerstromstärke	Magnetometerablesungen	Magnetometerausschlag
2.00	100.0	9.30	
		5.02	4.28
2.50	100.0	9.81	
		4.60	5.21
3.00	100.0	10.31	
		4.15	6.16
3.50	100.0	10.83	
		3.75	7.08
4.00	100.0	11.31	
		3.36	7.95
8.50	100.0	14.45	
		0.47	13.98
8.50	50.0	10.89	
		3.90	6.99
9.00	50.0	11.05	
		3.79	7.26
9.50	50.0	11.26	
		3.70	7.56

Die Werte sind in der folgenden graphischen Tabelle eingetragen. Der Verlauf der Kurve zeigt, dass wir noch bei einer Magnetisierungsstromstärke von 9 Ampere im Gebiete der schwachen Sättigung sind. Im allgemeinen sind die Messungen bei weit niedrigeren Stromstärken ausgeführt worden.

¹ LEDUC: C. R. 103, 926, 1886.

² SCARPA: Il nuovo Cim. 11, 80, 1906.

IX. Feldform als Funktion des Magnetisierungsstromes.

Eine wesentliche Bedingung für die Brauchbarkeit der erhaltenen Ergebnisse ist, dass eine kleine Änderung des Magnetisierungsstromes auch nur einen geringen Einfluss auf die Feldform hat. Zur Untersuchung dieser Frage wurde die Feldform unter Benutzung parabolisch zugespitzter Polschuhe bei verschiedenen Stromstärken bestimmt. Diese Polschuhform wurde verwandt, um eine Änderung stärker her-

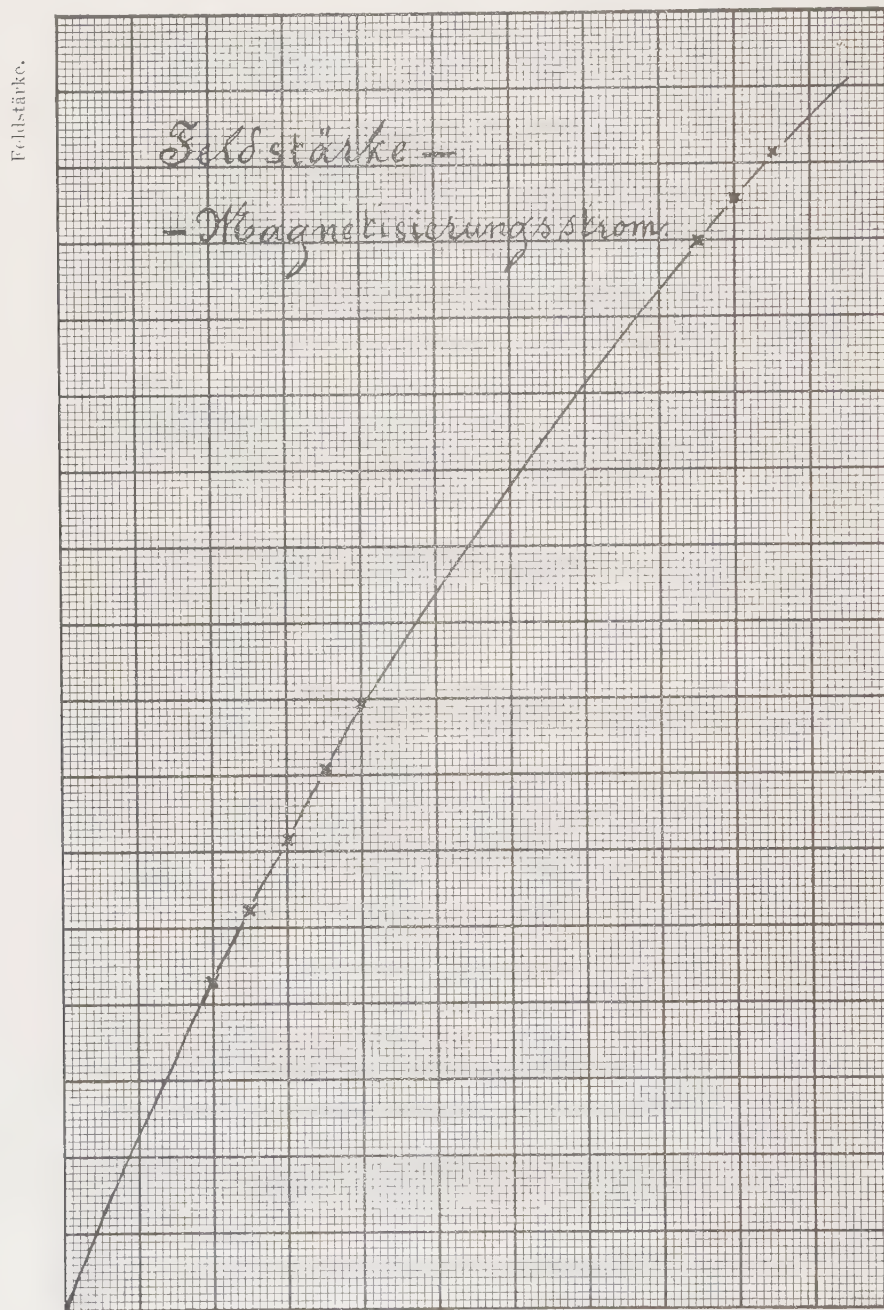


Fig. 8.

Magnetisierungsstrom.

vortreten zu lassen: es ist aber zu bemerken, dass ein kleiner Fehler in der Einstellung der Längenkoordinate wegen des hohen Wertes von $\frac{\partial H}{\partial x}$ einen verhältnismässig grossen Fehler in H hervorruft. — Die Feldbestimmung geschah längs einer in der Mitte des Interferrikums auf die Kraftlinien gefällten Senkrechten.

Die Koordinaten längs dieser Linie stehen in der Kolumne 1. Die zweite Kolumne enthält die Skalenablesungen, die dritte die daraus erhaltenen Ausschläge. Da aber jede Ablesung wegen der Verschiebung des Magnetometers einem besonderen Skalenabstand entspricht, muss eine kleine Korrektion angebracht werden. Der maximale Skalenabstand betrug 152,4 cm. In der vierten Kolumne werden die auf diesen Skalenabstand reduzierten Ausschläge wiedergegeben. Um die bei verschiedenen Stromstärken erhaltenen Felder mit einander vergleichen zu können, wurde die maximale Feldstärke durch graphische Konstruktion berechnet und gleich 100 gesetzt. Die letzte Kolumne enthalten die auf diese Einheit bezogenen Feldstärken. Die Tabellen sind bei Magnetisierungsstromstärken von 1,50, 1,75, 2,00, 2,25 Amp. und einer Magnetometerstromstärke von 0,00100 Amp. aufgenommen.

A. Magnetisierungsstrom 1,50 Amp.

Längen- koordinate	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschläge	Korrigierte Ausschläge	Reducierte Ausschläge
1.00	14.20	15.08	0.88	0.88	19.8
1.50	14.20				
	14.27	15.23	1.01	1.01	22.9
2.00	14.27				
	13.89	15.10	1.21	1.22	27.5
2.50	13.89				
	13.91	15.38	1.47	1.49	33.6
3.00	13.91				
	13.52	15.35	1.83	1.86	41.8
3.50	13.52				
	10.78	13.10	2.32	2.36	53.0
3.70	10.78				
	10.80	13.40	2.60	2.65	59.6
3.90	10.80				
	10.80	13.70	2.90	2.96	66.7
4.10	10.80				
	10.79	13.91	3.12	3.19	71.8
4.30	10.79				
	10.31	13.79	3.48	3.56	80.1
4.50	10.31				
	10.31	14.07	3.76	3.85	86.8
4.70	10.31				
	10.09	14.05	3.96	4.06	91.3
	10.09				

Längen- koordinate	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschläge	Korrigierte Ausschläge	Reducierte Ausschläge
4.90	10.18	14.31	4.13	4.24	95.4
5.10	10.18 10.40	14.67	4.27	4.39	98.9
5.30	10.40 10.39	14.69	4.30	4.43	99.8
5.50	10.39 10.31	14.50	4.19	4.32	97.2
5.70	10.31 10.42	14.50	4.08	4.21	94.9
5.90	10.42 10.63	14.50	3.87	4.00	90.1
	10.63				
B. Magnetisierungsstrom 1,75 Amp.					
1.00	12.40	13.40	1.00	1.00	19.4
1.50	12.40 12.10	13.27	1.17	1.17	22.7
2.00	12.10 11.93	13.31	1.33	1.39	27.0
2.50	11.93 12.11	13.81	1.70	1.72	33.4
3.00	12.11 11.56	13.69	2.13	2.16	41.8
3.50	11.56 11.29	14.00	2.71	2.76	53.3
3.70	11.29 11.10	14.12	3.02	3.08	59.9
3.90	11.10 10.20	13.52	3.32	3.39	65.8
4.10	10.20 10.20	13.90	3.70	3.78	73.5
4.30	10.20 10.18	14.21	4.03	4.12	80.0
4.50	10.18 9.83	14.21	4.38	4.48	87.0
4.70	9.83 9.79	14.42	4.63	4.75	92.1
4.90	9.79 9.62	14.49	4.87	5.00	97.0
	9.62				

Längen- koordinate	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschläge	Korrigierte Ausschläge	Reducierte Ausschläge
5.10	9.79	14.79	5.00	5.14	99.4
5.30	9.79 9.88	14.88	5.00	(5.16) 5.15	100.0 99.9
5.50	9.88 9.50	14.47	4.97	5.12	99.4
5.70	9.50 9.89	14.16	4.77	4.92	95.4
5.90	9.89 9.11	13.63	4.52	4.67	90.7
6.10	9.11 10.59	14.80	4.21	4.36	84.7
	10.59				
C. Magnetisierungsstrom 2,00 Amp.					
1.00	12.69	13.71	1.02	1.02	17.4
1.50	12.69 12.04	13.38	1.34	1.34	22.8
2.00	12.04 11.91	13.50	1.59	1.60	27.3
2.50	11.91 11.86	13.76	1.90	1.92	32.7
3.00	11.86 11.82	14.21	2.39	2.42	41.2
3.50	11.82 10.95	14.00	3.05	3.10	52.9
3.70	10.95 9.16	12.62	3.46	3.52	60.0
3.90	9.16 8.61	12.40	3.79	3.87	65.8
4.10	8.61 9.80	14.00	4.20	4.29	73.1
4.30	9.80 9.78	14.81	4.58	4.68	79.9
4.50	9.78 9.62	14.60	4.98	5.10	87.0
4.70	9.62 9.59	14.89	5.30	5.43	92.3
4.90	9.59 10.30	15.80	5.50	5.65	96.4
	10.30				

Längen- koordinate	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschläge	Korrigierte Ausschläge	Reducierte Ausschläge
5.10	9.78	15.40	5.62	5.78	98.6
5.30	9.78			(5.87)	100.0
	9.69	15.39	5.70	5.87	100.0
5.50	9.70				
	9.45	15.03	5.58	5.75	98.1 •
5.70	9.45				
	9.40	14.82	5.42	5.59	95.1
5.90	9.40				
	9.58	14.70	5.12	5.29	90.2
	9.58				

D. Magnetisierungsstrom 2,25 Amp.

1.00	12.40	13.69	1.29	1.29	19.6
1.50	12.40				
	12.09	13.59	1.50	1.51	22.9
2.00	12.09				
	11.80	13.60	(2.40)	(2.42)	(36.6)
2.50	11.80				
	11.89	14.03	2.14	2.16	32.7
3.00	11.89				
	11.71	14.41	2.70	2.74	41.6
3.50	11.71				
	10.89	14.38	3.49	3.55	53.9
3.70	10.89				
	9.91	13.69	3.78	3.85	58.4
3.90	9.91				
	9.41	13.70	4.29	4.38	66.6
4.10	9.41				
	9.14	13.82 •	4.68	4.78	72.7
4.30	9.14				
	9.38	14.50	5.12	5.24	79.7
4.50	9.38				
	9.81	15.39	5.48	5.61	85.2
4.70	9.81				
	9.53	15.48	5.95	6.10	92.6
4.90	9.53				
	9.31	15.50	6.19	6.35	96.3
5.10	9.31				
	9.31	15.69	6.38	6.56	99.5
	9.31				

Längen- koordinate	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschläge	Korrigierte Ausschläge	Reducierte Ausschläge
5.30	8.80	15.19	6.39	(6.59)	100.0
				6.58	99.9
5.50	8.80	15.20	6.30	6.49	98.5
	8.90				
5.70	8.90	1 .96	6.08	6.27	95.1
	8.88				
5.90	8.88	14.80	5.79	5.98	90.9
	9.01				
	9.01				

Zur besseren Übersicht sind die Werte der Feldstärken in einer graphischen Tabelle zusammengestellt.

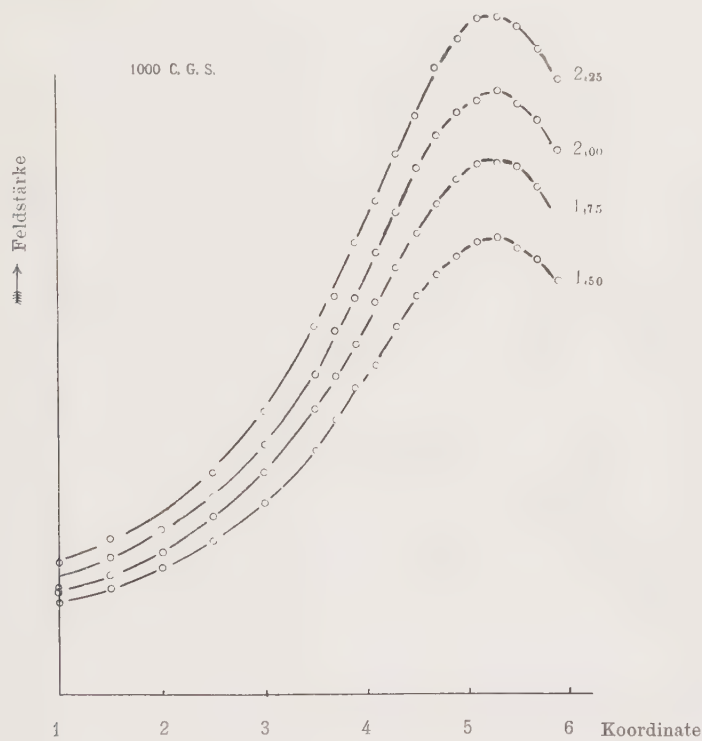


Fig. 9.

Um beurteilen zu können inwieweit die Form des Feldes durch die Erhöhung der Intensität verändert worden ist, sind die in der letzten Kolumne enthaltenen reducierten Feldstärken mit ihren entsprechenden Längenkoordinaten zusammengestellt:

Strom- stärke	1.50	1.75	2.00	2.25
1.0	19.8	19.4	[17.4]	19.6
1.5	22.9	22.7	22.8	22.9
2.0	27.5	27.0	27.3	
2.5	33.6	33.4	32.7	32.7
3.0	41.8	41.8	41.2	41.6
3.5	53.0	53.3	52.9	53.9
3.7	59.6	59.9	60.0	58.4
3.9	66.7	65.8	65.5	66.6
4.1	71.8	73.5	73.1	72.7
4.3	80.1	80.0	79.9	79.7
4.5	86.8	87.0	87.0	85.2
4.7	91.3	92.1	92.8	92.6
4.9	95.4	97.0	96.4	96.3
5.1	98.9	99.8	98.6	99.5
5.3	99.9	99.9	100.0	99.9
5.5	97.2	99.4	98.1	98.5
5.7	94.9	95.4	95.1	95.1
5.9	90.1	90.7	90.2	90.9

Die verschiedenen Reihen stimmen innerhalb der Versuchsfehler mit einander überein. Eine kleine Änderung des Magnetisierungsstromes hat somit keinen Einfluss auf die Form des Feldes.

X. Die Form des Feldes bei Flachpolen.

Die Flachpolen werden benutzt, wenn ein räumlich ausgedehntes, konstantes Feld erwünscht ist. Es ist daher von Interesse zu wissen, in welchem Umfang das Feld diese Eigenschaft besitzt. Bei den folgenden Messungen wurde das Feld wie früher in der Mitte des Interferrikums senkrecht zu den Kraftlinien untersucht. In der oben zit. Arbeit von O. Scarpa sind einige Messungen über das Feld bei Flachpolen wiedergegeben, aus denen zu ersehen ist, dass die magnetische Flächendichte in der Nähe des Randes wesentlich grösser als in der Mitte ist.

Die hier angeführten Messungen sind bei verschiedenen Polabständen ausgeführt. Die Stromstärke im Magnetometer betrug 1,00 Milliamp.

Feldstärkenmessungen bei platten Polschuhen

	Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Magnetometer- ausschläge	Korrigierte Ausschläge
A. 10 mm.	1.00	8.29 6.98	1.36	1.36
	1.50	8.39 6.61	1.78	1.79
	2.00	9.00 6.89	2.61	2.63
	2.20	10.69 7.51	3.18	3.21
	2.40	10.89 6.94	3.95	4.00
	2.60	11.19 5.89	5.30	5.37
	2.80	12.51 5.31	7.20	7.31
	3.00	12.29 4.81	7.98	8.11
	3.20	13.12 3.98	9.14	9.31
	3.50	13.00 3.69	9.31	9.49
	4.00	12.90 3.60	9.30	9.53
	4.50	12.63 3.88	9.25	9.52
	5.00	12.56 3.32	9.24	9.54
B. 15 mm.	1.00	8.70 7.10	1.60	1.60
	1.50	8.88 6.78	2.10	2.11
	2.00	9.55 6.57	2.98	3.00
	2.20	9.99 6.43	3.56	3.60
	2.40	10.20 5.99	4.21	4.26
	2.60	10.78 5.78	5.05	5.12
	2.80	10.19 4.21	5.98	6.07
	3.00	10.49 3.72	6.77	6.88
	3.20	10.90 3.71	7.19	7.32
	3.40	11.00 3.53	7.47	7.62
	3.60	10.97 3.41	7.56	7.72
	3.80	11.04 3.48	7.56	7.74
	4.00	10.88 3.30	7.58	7.77
	4.50	11.12 3.53	7.59	7.81
	5.00	11.14 3.61	7.58	7.78
	5.50	11.12 3.61	7.51	7.79
	6.00	11.11 3.62	7.49	7.80

	Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Magnetometer- ausschläge	Korrigierte Ausschläge
C. 20 mm.	1.00	11.40 10.08	1.32	1.32
	1.50	11.37 9.58	1.79	1.80
	2.00	12.02 9.67	2.35	2.37
	2.20	12.19 9.49	2.70	2.73
	2.40	10.29 7.19	3.10	3.14
	2.60	11.79 8.24	3.55	3.60
	2.80	12.21 8.23	3.98	4.04
	3.00	12.00 7.67	4.33	4.40
	3.20	12.51 7.87	4.64	4.73
	3.40	10.79 6.21	4.58	[4.67]
	3.60	10.62 5.79	4.83	4.94
	3.80	11.06 6.14	4.92	5.03
	4.00	11.00 6.10	4.90	5.02
	4.50	11.01 6.09	4.92	5.06
	5.00	11.31 6.38	4.93	5.09
	5.50	10.86 5.95	4.91	5.09
	6.00	11.12 6.21	4.91	5.11
D. 25 mm.	1.00	9.21 7.97	1.24	1.24
	1.50	9.12 7.50	1.62	1.63
	1.70	9.21 7.40	1.81	1.82
	2.00	9.54 7.49	2.05	2.07
	2.20	9.61 7.23	2.38	2.40
	2.40	9.82 7.20	2.62	2.65
	2.60	9.99 7.07	2.92	2.96
	2.80	10.04 6.88	3.29	3.26
	3.00	10.28 6.80	3.48	3.54
	3.20	10.19 6.54	3.65	3.72
	3.40	11.21 7.41	3.80	3.88
	3.60	11.24 7.31	3.93	4.02
	3.80	11.14 7.19	3.95	4.04
	4.00	11.33 7.31	4.02	4.12
	4.50	11.26 7.21	4.05	4.17
	5.00	11.40 7.32	4.08	4.21
	5.50	11.52 7.49	4.08	4.18
	6.00	11.19 7.19	4.00	4.16

Die Ergebnisse sind in der graphischen Tabelle wiedergegeben.

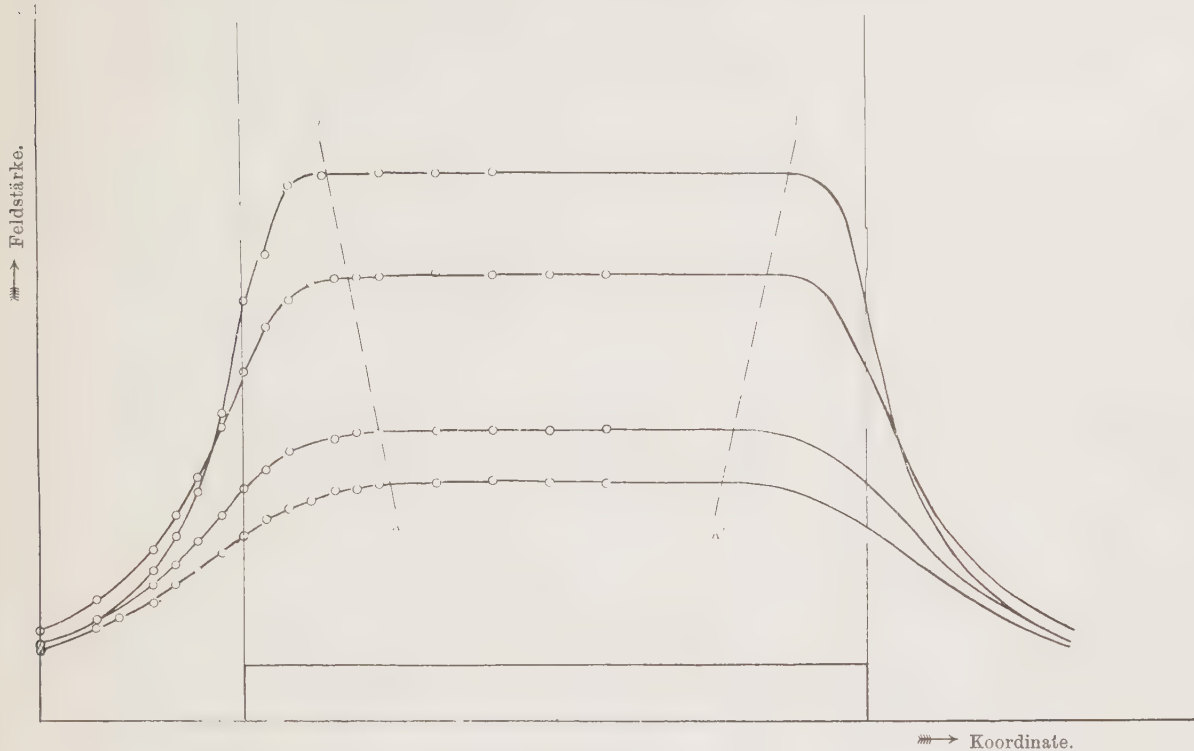


Fig. 10.

Aus den Kurven ist zu ersehen, dass das Gebiet, innerhalb dessen das Feld als konstant angesehen werden kann (in der Figur durch zwei gestrichelte Linien bezeichnet), mit zunehmendem Polabstand kürzer wird. Die Form der Polschuhe ist in die Figur eingetragen.

XI. Die Wirkung cylindrischer Durchbohrungen.

Zu optischen Untersuchungen werden oft cylindrische Polschuhe benutzt. Über die Wirkung dieser Durchbohrungen in magnetischer Hinsicht herrschen in der Litteratur verschiedene Meinungen. LEDUC sagt in seiner oben zitierten Arbeit: »J'ai constaté que la cavité cylindrique des noyaux n'a pas d'influence sur le champ produit entre les pièces polaires: on n'altère aucunement la valeur de ce champ en remplissant de fer cette cavité»

Ferner erschliesst STEFAN aus seinen theoretischen Berechnungen, dass die schwächende Wirkung sehr unbedeutend ist. Bei schwacher Sättigung, und dies ist nach WALTER bei derartigen Polschuhen immer der Fall, zeigen die unten angeführten Messungen, dass die Schwächung nicht zu vernachlässigen ist.

Die Feldstärken wurden bei verschiedenen Polabständen (1,0; 1,5; 2,0; 2,5 cm.) in Punkten der Mittelebene bestimmt. Es ist zu beachten, dass die Feldstärkemesungen einen Mittelwert über einem stumpfen Cylinder ergeben, (Achsenlänge etwa 0,5 mm, Halbmesser der Bodenflächen 1,5 mm), dessen Achse senkrecht zu den Kraftlinien steht.

Ferner ist die Schwächung gerade im gemessenen Punkt (d. h. in der Mittelebene) am kleinsten.

Feldstärkenmessungen bei Polschuhen mit Durchbohrungen.

	Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Ausschlag	Mittelwert der Ausschläge	Korrigierte Ausschläge
A. 10 mm.	1.0	12.36			
		10.41	1.95		
		8.50	1.91	1.93	1.93
	1.5	12.62			
		10.28	2.34		
		7.90	2.38	2.36	2.37
	2.0	13.30			
		10.23	3.07		
		7.17	3.06	3.06	3.08
	2.5	14.69			
		10.32	4.37		
		6.01	4.31	4.34	4.38
	3.0	17.15			
		10.37	6.78		
		3.65	6.72	6.76	6.85
	3.5	20.21			
		10.38	9.88		
		0.68	9.70	9.76	9.92
	4.0	20.80			
		10.50	10.30		
		0.38	10.12	10.21	10.42
	4.2	20.82			
		10.50	10.32		
		0.41	10.09	10.20	10.42
	4.4	20.50			
		10.31	10.19		
		0.30	10.01	10.10	10.33
	4.5	20.02			
		10.40	9.62		
		0.88	9.52	9.57	[9.79]
	4.6	20.31			
		10.62	9.69		
		1.15	9.47	9.58	9.81
	4.7	20.10			
		10.31	9.29		
		1.68	9.13	9.21	9.44
	4.8	19.55			
		10.65	8.90		
		1.68	8.97	8.93	9.15
	4.9	19.20			
		10.55	8.65		
		2.03	8.52	8.58	8.80
	5.0	18.95			
		10.60	8.35		
		2.35	8.25	8.30	8.52
	5.1	18.70			
		10.55	8.15		
		2.45	8.10	8.12	8.34
	5.2	18.40			
		10.30	8.10		
		2.25	8.05	8.07	8.30
	5.3	18.39			
		10.20	8.19		
		2.10	8.10	8.14	8.37
	5.4	18.31			
		9.99	8.32		
		1.68	8.31	8.31	8.55
	5.5	18.15			
		9.45	8.70		
		0.85	8.60	8.65	8.91

Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Ausschlag	Mittelwert der Ausschläge	Korrigierte Ausschläge
5.6	18.84 9.72	9.12		
	0.71	9.01	9.06	9.34
5.7	19.76 10.30	9.46		
	1.00	9.30	9.38	9.67
5.8	20.07 10.85	9.72		
	0.81	9.54	9.63	9.98
5.9	20.33 10.52	9.81		
	0.88	9.69	9.75	10.07
B. 15 mm.	1.0	12.58 10.80		
		9.05	1.78	
			1.75	1.76
	1.5	12.98 10.81		
		8.68	2.17	
			2.13	2.16
	2.0	13.43 10.73		
		8.01	2.70	
			2.72	2.73
	2.5	14.52 10.88		
		7.22	3.64	
			3.66	3.69
	3.0	16.19 11.11		
		6.08	5.08	
			5.03	5.12
	3.5	17.63 11.20		
		4.80	6.43	
			6.40	6.52
	4.0	18.42 11.60		
		4.82	6.82	
			6.78	6.94
	4.2	18.26 11.42		
		4.65	6.84	
			6.77	6.95
	4.4	18.09 11.31		
		4.58	6.78	
			6.73	6.90
	4.5	18.40 11.69		
		5.02	6.71	
			6.67	6.84
	4.6	18.32 11.69		
		5.09	6.63	
			6.60	6.77
	4.7	18.44 11.89		
		5.40	6.53	
			6.49	6.67
	4.8	18.34 11.90		
		5.49	6.44	
			6.41	6.58
	4.9	18.35 11.99		
		5.69	6.36	
			6.30	6.49
	5.0	18.07 11.78		
		5.53	6.29	
			6.25	6.44
	5.1	18.12 11.89		
		5.68	6.23	
			6.21	6.39

	Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Ausschlag	Mittelwert der Ausschläge	Korrigierte Ausschläge
	5.2	18.21 12.00	6.21 6.20	6.20	6.37
	5.3	5.80 18.21 11.96	6.25 6.24	6.24	6.42
	5.4	5.72 17.86 11.55	6.31 6.28	6.28	6.46
	5.5	5.29 17.61 11.22	6.39 6.34	6.38	6.57
	5.6	4.88 17.68 11.19	6.49 6.41	6.45	6.65
	5.7	4.78 17.89 11.32	6.57 6.51	6.54	6.75
	5.8	4.81 17.88 11.28	6.60 6.60	6.60	6.81
	6.0	4.68 18.18 11.49	6.69 6.68	6.68	6.90
	6.2	4.81 18.53 11.82 5.18	6.71 6.64	6.68	6.91
C. 20 mm.	1.0	13.71 11.82	1.89 1.89	1.89	1.89
	1.5	9.98 13.98 11.63	2.35 2.31	2.33	2.34
	2.0	9.32 14.19 11.25	2.94 2.94	2.94	2.96
	2.5	8.31 15.19 11.40	3.79 3.74	3.76	3.80
	3.0	7.66 16.69 12.11	4.58 4.58	4.58	4.64
	3.5	7.53 17.09 12.12	4.97 4.94	4.95	5.08
	4.0	7.18 16.68 11.69	4.99 5.00	4.99	5.09
	4.2	6.69 16.76 11.79	4.97 4.96	4.96	5.06
	4.4	6.83 16.98 12.07	4.91 4.90	4.90	5.01
	4.5	7.17 17.00 12.11	4.89 4.88	4.88	4.99
	4.6	7.23 17.00 12.12 7.30	4.88 4.82	4.85	4.97

Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Ausschlag	Mittelwert der Ausschläge	Korrigierte Ausschläge
4.7	16.30			
	12.07	4.83		
4.8	7.22	4.85	4.84	4.96
	16.53			
4.9	11.70	4.83		
	6.86	4.84	4.83	4.95
5.0	16.77			
	11.90	4.87		
5.1	7.10	4.80	4.83	4.96
	16.85			
5.2	12.00	4.85		
	7.18	4.82	4.83	4.96
5.3	16.72			
	11.88	4.84		
5.4	7.01	4.87	4.85	4.98
	16.64			
5.5	11.76	4.88		
	6.88	4.88	4.88	5.02
5.6	16.73			
	11.83	4.90		
5.7	6.91	4.92	4.91	5.05
	16.81			
5.8	11.89	4.92		
	6.99	4.90	4.91	5.05
5.9	17.02			
	12.09	4.93		
6.0	7.10	4.99	4.96	5.11
	17.37			
6.1	12.32	5.05		
	7.32	5.00	5.02	5.17
6.2	16.94			
	11.99	4.95		
6.3	7.02	4.97	4.96	5.11
	16.81			
6.4	11.87	4.94		
	6.91	4.96	4.95	5.10
6.5	16.50			
	11.61	4.89		
6.6	6.72	4.89	4.89	5.05
	16.60			
6.7	11.81	4.79		
	7.03	4.78	4.78	4.94
D. 25 mm.	11.76			
	10.02	1.74		
1.0	8.31	1.71	1.72	1.72
	12.36			
1.5	10.29	2.07		
	8.21	2.08	2.07	2.08
2.0	13.30			
	10.78	2.52		
2.5	8.21	2.57	2.54	2.56
	13.73			
3.0	10.68	3.05		
	7.61	3.07	3.06	3.09
3.5	14.42			
	10.86	3.56		
4.0	7.26	3.60	3.58	3.63
	14.31			
4.5	10.42	3.89		
	6.53	3.89	3.89	3.95

Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Ausschlag	Mittelwert der Ausschläge	Korrigierte Ausschläge
4.0	14.65			
	10.69	3.96		
4.2	6.71	3.98	3.97	4.05
	14.81			
4.4	10.82	3.99		
	6.88	3.94	3.96	4.04
4.6	14.71			
	10.77	3.94		
4.8	6.79	3.98	3.96	4.05
	14.94			
5.0	11.00	3.94		
	7.09	3.91	3.92	4.01
5.2	14.61			
	10.69	3.92		
5.4	6.79	3.90	3.91	4.01
	15.00			
5.6	11.00	4.00		
	7.02	3.98	3.99	4.10
5.8	15.19			
	11.20	3.99		
6.0	7.25	3.95	3.97	4.08
	15.29			
6.2	11.35	3.94		
	7.40	3.95	3.94	4.05
6.4	15.00			
	11.09	3.91		
6.6	7.15	3.94	3.92	4.04
	14.80			
6.8	10.89	3.91		
	7.00	3.89	3.90	4.02
7.0	14.84			
	11.01	3.88		
7.2	7.21	3.80	3.81	3.94
	14.30			
7.4	10.60	3.70		
	6.87	3.70	3.70	3.83

Die gefundenen Feldstärkenwerte sind in der graphischen Tabelle wiedergegeben.

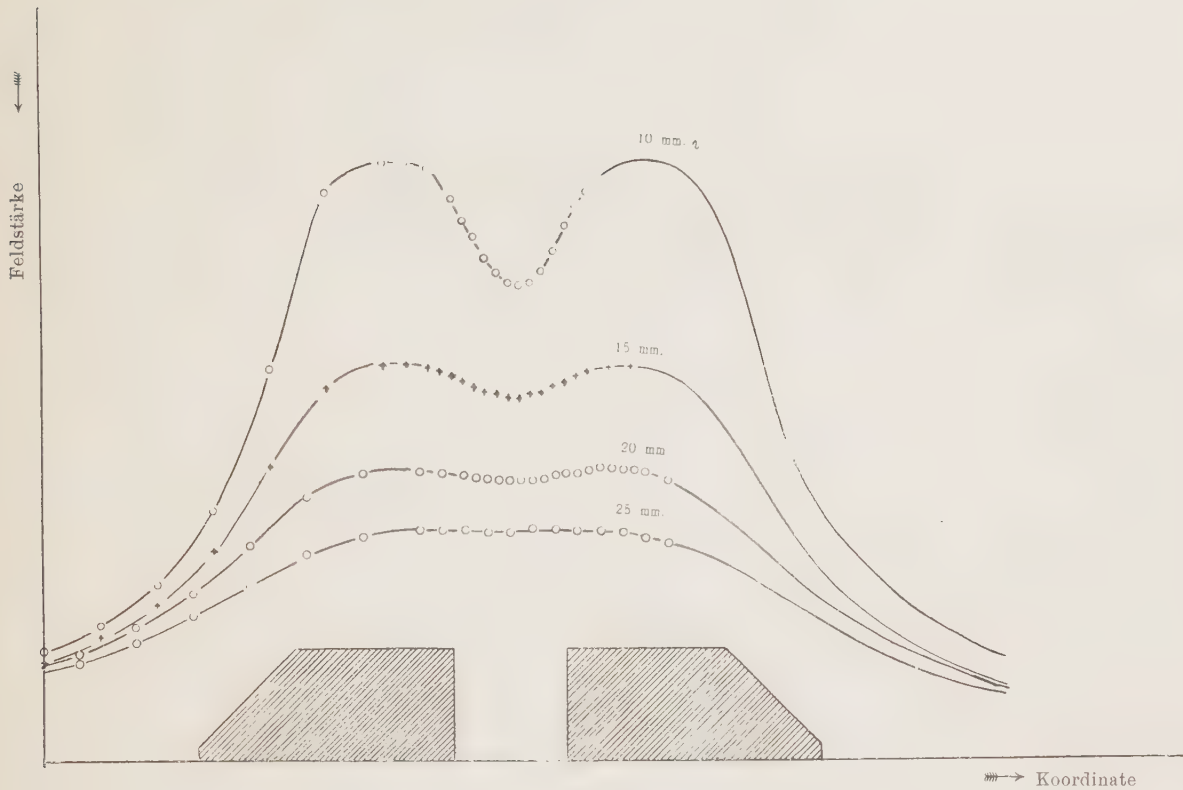


Fig. 11.

Wie aus vorstehender Tabelle zu ersehen ist, wird die Schwächung in der Mittelebene erst bei einem Polabstand von 2,5 cm gleich Null. Mit abnehmendem Abstand wird die Feldstärkenabnahme immer grösser.

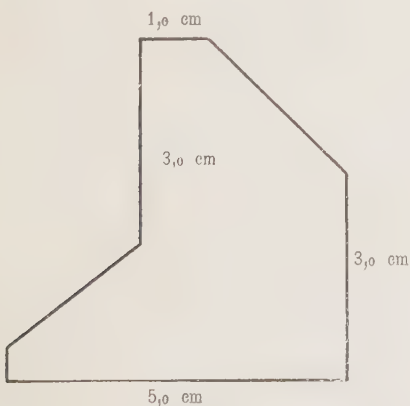


Fig. 12 a.

XII. Meisselförmige Polschuhe.

Zu gewissen magnetischen Untersuchungen verwendet man Polschuhe, wie sie die nebenstehende Figur zeigt.

Um die Konzentrationswirkung und die Konstanz des Feldes zu untersuchen, wurden die folgenden Messungen ausgeführt.

A. Polabstand 1,0 cm.

Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Magnetometer- ausschlag	Korrigierter Ausschlag
8.0	9.87		
	2.90	6.97	6.97
10.0	9.83		
	2.88	6.95	6.96
12.0	9.79		
	2.87	6.92	6.94
14.0	9.90		
	3.00	6.90	6.93
16.0	9.88		
	3.01	6.87	6.90
18.0	9.85		
	2.99	6.86	6.91
20.0	9.82		
	2.98	6.84	6.89
22.0	9.79		
	2.96	6.83	6.89
24.0	9.74		
	2.92	6.82	6.89
26.0	9.70		
	2.87	6.83	6.91
28.0	9.58		
	2.80	6.78	6.87
30.0	9.39		
	2.68	6.71	6.80
32.0	9.39		
	2.93	6.46	6.56
35.0	8.76		
	3.90	4.86	4.95
40.0	7.52		
	5.19	2.33	2.38

B. Polabstand 1,5 cm.

8.0	8.53		
	4.59	3.94	3.94
10.0	8.51		
	4.59	3.92	3.92
12.0	8.52		
	4.59	3.93	3.94
14.0	8.50		
	4.58	3.92	3.94
16.0	8.51		
	4.59	3.92	3.94
18.0	8.50		
	4.53	3.97	4.00
20.0	8.50		
	4.57	3.93	3.96
22.0	8.50		
	4.58	3.92	3.96
24.0	8.48		
	4.58	3.90	3.94
26.0	8.43		
	4.60	3.83	3.88
28.0	8.42		
	4.61	3.81	3.86
30.0	8.39		
	4.70	3.69	3.74
32.0	8.30		
	4.82	3.48	3.54
35.0	7.95		
	5.06	2.89	2.94
40.0	7.36		
	5.59	1.77	1.81

C. Polabstand = 2,0 cm.

Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Magnetometer- ausschlag	Korrigierter Ausschlag
8.0	8.00		
	5.05	2.95	2.95
10.0	7.98		
	5.05	2.93	2.93
12.0	7.98		
	5.05	2.93	2.94
14.0	7.96		
	5.05	2.88	2.89
16.0	7.95		
	5.08	2.87	2.88
18.0	7.93		
	5.08	2.85	2.87
20.0	7.92		
	5.09	2.83	2.85
22.0	7.91		
	5.10	2.81	2.84
24.0	7.89		
	5.10	2.79	2.82
26.0	7.88		
	5.11	2.77	2.80
28.0	7.95		
	6.32	1.63	[1.65]
30.0	7.80		
	5.14	2.66	2.70
32.0	7.72		
	5.23	2.49	2.53
35.0	7.59		
	5.41	2.18	2.22
40.0	7.22		
	5.71	1.51	1.54

Die Ergebnisse der Messungen gehen aus der graphischen Tabelle hervor.

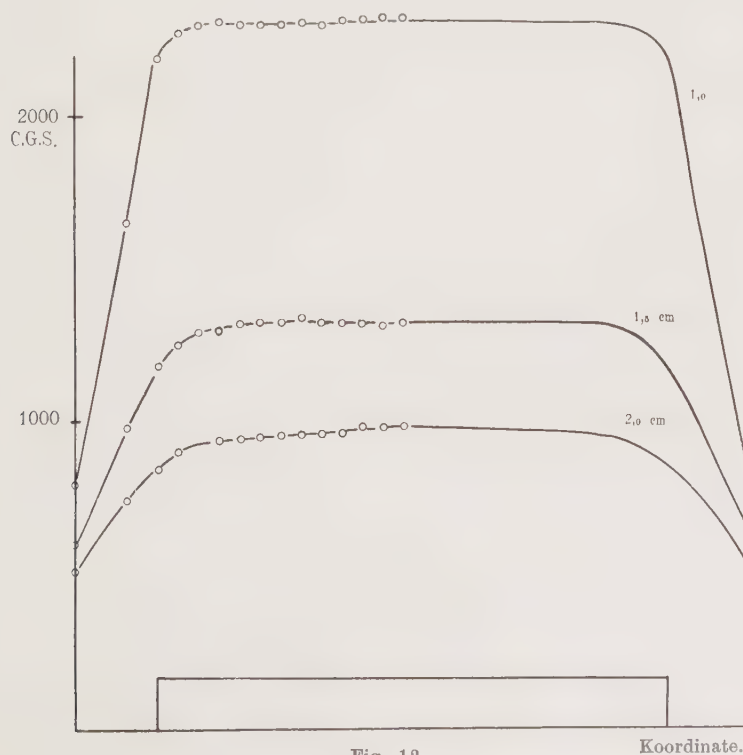


Fig. 12.

Wie aus ihr zu ershen ist, bekommt man durch diese Form gute Konzentrationswirkung und ebenso ein innerhalb weite Grenzen konstantes Feld.

XIII. Kegelförmige Polschuhe.

Die am häufigsten verwandte Polschuhform ist die zuerst von STEFAN¹ angegebene eines abgestumpften Kegels. Etwas später haben EWING und LOW auf die Benutzung derartiger Polstücke ihre bekannte Untersuchungsmethode bei hohen Feldstärken gegründet. Die zu Anfang dieser Abteilung angeführten Formeln ergeben als den günstigsten Kegelwinkel zur Erzeugung der grössten Feldintensität:

$$\varphi_1 = 35^{\circ} 16',$$

(wo φ_1 den in der untenstehenden, graphischen Tabelle bezeichneten Winkel bedeutet). Dabei ist das Feld in der Spitze des Kegels berechnet. Will man dagegen im Interferrikum ein möglichst konstantes Feld haben, ergibt sich als günstigster Winkel:

$$\varphi_2 = 50^{\circ} 46'.$$

Diese Werte sind nur unter Voraussetzung vollständiger Sättigung zu erhalten. Da aber diese Bedingung niemals völlig erfüllt wird, geben EWING und LOW anstatt der berechneten Winkel die folgenden an:

$$\varphi_1 = 30^{\circ}.$$

$$\varphi_2 = 45^{\circ}.$$

Um diese Folgerung der Theorie zu prüfen hat DU BOIS² die Maximalintensität bei verschiedenen Kegelwinkeln untersucht und sie in Übereinstimmung mit der Theorie gefunden, d. h. der günstigste Winkel zur Erreichung der grössten Intensität liegt etwa bei $\varphi = 30^{\circ}$, wo es sich jedoch, wie DU BOIS bemerkt, um ein sehr flaches Maximum handelt.

Um diese Verhältnisse bei schwächerer Magnetisierung zu studieren und spez. die Einwirkung des Kegelwinkels auf die Form des Feldes zu ermitteln, wurde die Feldintensität bei verschiedenen Öffnungswinkeln der Kegel gemessen. Die erste Messungsreihe wurde bei Flachpolen aufgenommen, deren Durchmesser 55 mm. betrug. Dann wurden die Polschuhe zu den gewünschten Winkeln abgedreht und das Feld ermittelt. Um mit einander vergleichbare Resultate zu erhalten wurden die Polabstände ebenso wie die abgestumpften Flächen konstant gehalten, und zwar betrug der Polabstand und der Durchmesser der fraglichen cirkulären Fläche 12 mm.

¹ STEFAN: loc. cit.

² DU BOIS: Magnetische Kreise p. 288.

Magnetisierungsstrom = 2,00 Amp. Polabstand = 12 mm.
 Magnetometerstrom = 0,50 milliamp. Skalenabstand = 155,3 cm.

A. $\operatorname{tg} \varphi = 0$; $\varphi = 0$.

Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Ausschlag	Korrigierter Ausschlag
7	9.71		
	4.67	5.04	5.04
9	9.70		
	4.66	5.04	5.05
11	9.69		
	4.66	5.03	5.05
13	9.69		
	4.66	5.03	5.05
15	9.69		
	4.66	5.03	5.06
17	9.68		
	4.63	5.05	5.09
19	9.66		
	4.62	5.04	5.08
21	9.63		
	4.63	5.00	5.05
23	9.62		
	4.63	4.99	5.05
25	9.61		
	4.63	4.98	5.04
30	9.53		
	4.59	4.94	5.01
35	9.38		
	4.72	4.66	4.75
40	8.60		
	5.60	3.00	3.07

B. $\operatorname{tg} \varphi = \frac{65}{430}$; $\varphi = 8^{\circ} 36'$.

7	9.59		
	4.59	5.00	5.00
9	9.55		
	4.55	5.00	5.01
11	9.51		
	4.53	4.98	4.99
13	9.51		
	4.52	4.99	5.01
15	9.51		
	4.64	4.87	4.89
17	9.42		
	4.72	4.70	4.73
19	9.30		
	4.78	4.52	4.56
21	9.20		
	4.84	4.36	4.40
23	9.11		
	4.98	4.13	4.17
25	9.23		
	5.21	4.02	4.07
30	9.14		
	5.53	3.61	3.66
35	8.89		
	5.79	3.10	3.16
40	8.19		
	5.89	2.80	2.85

$$C. \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{117}{430}; \quad \varphi = 15^{\circ} 13'.$$

Längen- koordinate	Magnetometer- ablesungen	Ausschlag	Korrigierter Ausschlag
7	9.39 4.29	5.10	5.10
9	9.39 4.22	5.17	5.18
11	9.32 4.18	5.14	5.16
13	9.30 4.20	5.10	5.12
15	9.21 4.29	4.92	4.94
17	9.10 4.39	4.71	4.74
19	8.91 4.50	4.41	4.45
21	8.78 4.69	4.09	4.13
23	8.66 4.80	3.86	3.90
25	8.55 4.92	3.63	3.67
30	8.28 5.20	3.08	3.13
35	8.00 5.48	2.52	2.57
40	7.71 5.79	1.92	1.96

$$D. \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{175}{430}; \quad \varphi = 22^{\circ} 9'.$$

7	9.71 4.53	5.18	5.18
9	9.70 4.44	5.26	5.27
11	9.68 4.41	5.27	5.29
13	9.65 4.42	5.23	5.25
15	9.56 4.50	5.06	5.09
17	9.35 4.66	4.69	4.72
19	9.14 4.80	4.34	4.37
21	8.98 5.00	3.98	4.02
23	8.81 5.22	3.59	3.63
25	8.70 5.41	3.29	3.33
30	8.40 5.70	2.70	2.74
35	8.15 5.98	2.17	2.21
40	7.90 6.20	1.70	1.74

$$\text{E. } \operatorname{tg} \varphi = \frac{240}{430}; \quad \varphi = 29^{\circ} 10'.$$

Längen- koordinate	Magnetometer ablesungen	Ausschlag	Korrigierter Ausschlag
7	9.79		
	4.53	5.26	5.26
9	9.79		
	4.42	5.37	5.38
11	9.72		
	4.39	5.33	5.35
13	9.67		
	4.42	5.25	5.27
15	9.58		
	4.52	5.06	5.09
17	9.32		
	4.71	4.61	4.64
19	9.09		
	4.33	4.16	4.19
21	8.88		
	5.20	3.68	3.71
23	8.70		
	5.41	3.29	3.32
25	8.53		
	5.59	2.94	2.98
30	8.23		
	5.89	2.34	2.38
35	7.98		
	6.60	1.88	1.92
40	7.78		
	6.30	1.48	1.48

$$\text{F. } \operatorname{tg} \varphi = \frac{312}{430}; \quad \varphi = 35^{\circ} 58'.$$

7	9.78		
	5.58	5.20	5.20
9	9.72		
	4.42	5.30	5.31
11	9.61		
	4.40	5.21	5.23
13	9.58		
	4.41	5.17	5.19
15	9.50		
	4.61	4.89	4.91
17	9.29		
	4.79	4.50	4.53
19	9.02		
	5.11	3.91	3.94
21	8.80		
	5.37	3.43	3.46
23	8.64		
	5.60	3.04	3.07
25	8.47		
	5.72	2.75	2.78
30	8.12		
	6.03	2.09	2.12
35	7.10		
	6.25	1.65	1.68
40	7.71		
	6.35	1.36	1.51

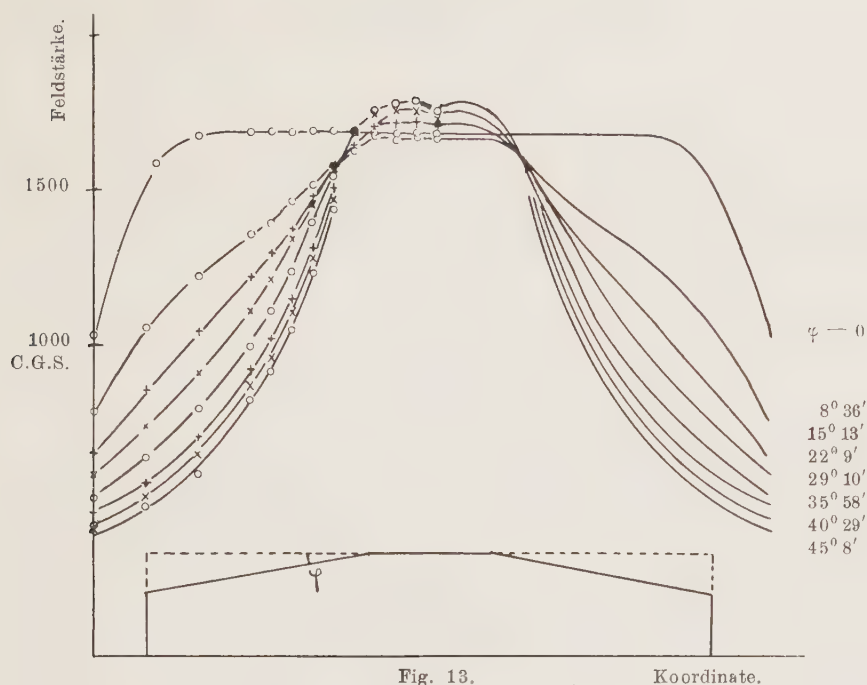
$$\text{G. } \operatorname{tg} \varphi = \frac{367}{430}; \quad \varphi = 40^{\circ} 29'.$$

Längen- koordinate	Magnetometer ablesungen	Ausschlag	Korrigierter Ausschlag
7	9.79		
	4.60	5.19	5.19
9	9.79		
	4.47	5.32	5.33
11	9.71		
	4.41	5.30	5.32
13	9.62		
	4.41	5.21	5.23
15	9.51		
	4.58	4.93	4.95
17	9.22		
	4.82	4.40	4.43
19	8.99		
	5.15	3.84	3.87
21	8.73		
	5.43	3.30	3.33
23	8.55		
	5.69	2.86	2.89
25	8.39		
	5.81	2.58	2.61
30	8.07		
	6.13	1.94	1.97
35	7.82		
	6.31	1.51	1.54
40	7.69		
	6.48	1.21	1.24

$$\text{H. } \operatorname{tg} \varphi = \frac{432}{430}; \quad \varphi = 45^{\circ} 8'.$$

7	9.77		
	4.62	5.15	5.15
9	9.72		
	4.49	5.23	5.24
11	9.70		
	4.43	5.27	5.29
13	9.63		
	4.48	5.15	5.17
15	9.47		
	4.67	4.80	4.82
17	9.18		
	4.89	4.29	4.32
19	8.88		
	5.20	3.68	3.71
21	8.62		
	5.50	3.12	3.15
23	8.41		
	5.70	2.71	2.74
25	8.25		
	5.90	2.35	2.38
30	7.92		
	6.18	1.74	1.77
35	7.73		
	6.33	1.40	1.43
40	7.61		
	6.41	1.20	1.23

Die Ergebnisse der Messungen werden in der untenstehenden graphischen Tabelle wiedergegeben.



Da die Polschuhe vor der ersten Abdrehung ausgeglüht waren, liegt die bei Flachpolen gefundene Intensitätskurve ein wenig höher als die erste Kegelpolkurve. Aus den Kurven sind die bemerkenswerten Resultate zu erzielen, dass schon ein sehr kleiner Winkel genügt, um eine wesentliche Konzentrationswirkung zu erhalten.

Bei den letzten drei Kurven (entsprechend den Winkeln: $\varphi = 35^\circ 58'$, $40^\circ 29'$, $45^\circ 8'$) sind die oberen Teile in die Figur nicht eingetragen, da sie mit der bei $\varphi = 29^\circ 10'$ erhaltenen Kurve beinahe zusammenfallen. Aus diesem Teil der Kurven ist eine Depression in der Mitte des Feldes zu ersehen, deren Grösse bei höheren Werten von φ am grössten ist.

III.

Magnetische Eisenuntersuchung.

In magnetischer Hinsicht werden verschiedene ferromagnetische Materialien durch den Verlauf der $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$ Kurve charakterisiert ($\mathfrak{H}$ = Feldstärke, $\mathfrak{M}$ = Magnetisierungsintensität). Die gewöhnliche Methode zur Aufnahme dieser Kurve besteht in der Bestimmung der Magnetisierungsintensität an langgestreckten Rotationsellipsoiden, die durch Einlegen in eine lange Spule einer bekannten Feldstärke ausgesetzt sind. Die Magnetisierungsintensität wird im allgemeinen mit Hilfe einer in Verlängerung der Rotationsachse aufgehängten Magnetenadel bestimmt. Die direkte Wirkung der Stromspule wird gewöhnlich durch eine andere Spule kompensiert.

Zur Untersuchung der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Eisensorten wurde der beschriebene Magnetfeldmesser zur Bestimmung der Magnetisierungsintensität benutzt. Da aber die Empfindlichkeit dieses Instrumentes selbstverständlich viel kleiner als die des Magnetometers ist, muss der Feldmesser dem Ellipsoid näher gebracht werden, um hinreichende Ausschläge zu liefern. Zu diesem Zwecke wurde das Messinstrument in der Äquatorialebene des Ellipsoids ausserhalb der Spule in einem festen Halter gesetzt (Fig. 14). Da der Feldmesser keine Eisenteile enthält und das Magnetfeld des kleinen Messsolenoides vernachlässigbar klein ist, können hierdurch keine schädlichen Wirkungen entstehen.

XIV. Theorie der Methode.

Um die Magnetisierungsintensität des Ellipsoids aus den beobachteten Feldstärken in einem äusseren Punkt zu berechnen verfahren wir folgendermassen. u, v, φ sollen rotationselliptische Koordinaten bedeuten; dann ist

$$(1) \quad \begin{cases} x = a \sqrt{u^2 - 1} \sqrt{1 - v^2} \cos \varphi, \\ y = a \sqrt{u^2 - 1} \sqrt{1 - v^2} \sin \varphi, \\ z = auv. \end{cases}$$

Durch Elimination von v erhält man

$$(2) \quad \frac{x^2 + y^2}{a^2(u^2 - 1)} + \frac{z^2}{a^2 u^2} = 1;$$

und ebenso durch Elimination von u

$$(3) \quad \frac{z^2}{a^2 v^2} - \frac{x^2 + y^2}{a^2(1 - v^2)} = 1.$$

Die erste Gleichung stellt für constante Werte von u verlängerte konfokale Rotationsellipsoide dar, die zweite bedeutet für v const. konfokale Rotationshyperboloiden, die ausserdem mit den Ellipsoiden konfokal sind. Um den ganzen Raum einzuschliessen variiert man u von 1 bis ∞ und v von -1 bis $+1$.

Aus der dritten Gleichung (1) erhalten wir ferner

$$(4) \quad dz = avdu + audv.$$

Die Bedeutung von a ergibt sich einfach aus einer der Gleichungen (2) oder (3). Nach (2) ist au die grosse Halbachse, $a\sqrt{u^2 - 1}$ die kleine Halbachse; die lineare Exzentrizität somit

$$\sqrt{a^2 u^2 - a^2(u^2 - 1)} = a$$

Unter Verwendung der angeführten Bezeichnungen ist bekanntlich die innere bezw. die äussere Potentiale

$$(5) \quad V_i = C_1 u \cdot v; \quad V_a = C_2 \left[\frac{u}{2} \lg \frac{u-1}{u+1} + 1 \right] v.$$

Die Konstanten C_1 und C_2 bestimmen sich aus den Grenzbedingungen folgendermassen; für $u = u_0$, muss sein $V_i = V_a$

$$(6) \quad C_1 u_0 = C_2 \left[\frac{u_0}{2} \lg \frac{u_0-1}{u_0+1} + 1 \right].$$

und

$$\mu \frac{\partial V_i}{\partial n} - \frac{\partial V_a}{\partial n} = (\mu - 1) \mathfrak{H}_{on},$$

wo $\mathfrak{H}_{on}$ die Normalkomponente des ungestörten Spulenfeldes bedeutet:

$$(7) \quad \mu C_1 - C_2 \left[\frac{1}{2} \lg \frac{u_0-1}{u_0+1} + \frac{u_0}{u_0^2 - 1} \right] = a(\mu - 1) \mathfrak{H}_0$$

War $\mathfrak{H}_0$ das ursprüngliche Spulenfeld, so kann das innerhalb des Ellipsoides vorhandene Feld $\mathfrak{H}$ folgendermassen geschrieben werden

$$(8) \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - P\mathfrak{M}$$

wo $\mathfrak{M}$ die Magnetisierungsintensität; P den Entmagnetisierungsfaktor bedeutet.

$$(9) \quad P = 4\pi(u_0^2 - 1) \left[\frac{u_0}{2} \lg \frac{u_0+1}{u_0-1} - 1 \right]$$

Wenn also die Magnetisierungsintensität bekannt ist, kann das Feld $\mathfrak{H}$ aus dem berechenbaren Spulenfeld $\mathfrak{H}_0$ und den Dimensionen des Ellipsoides bestimmt werden. Es erübrigt sich die Berechnung von $\mathfrak{M}$ aus der in einem Punkt der Äquatorialebene des Ellipsoides gemessenen Feldstärke.

Die Äquatorialebene ist durch den Wert

$$v = 0$$

definiert. Mit Hilfe des Feldmessers wird die Feldstärkekomponente senkrecht zu dieser Ebene bestimmt d. h.

$$(10) \quad K = - \left(\frac{\partial V_a}{\partial z} \right)_{v=0}$$

Nach Gleichung (4) ist aber dann $dz = a u dv$. Es wird somit

$$(11) \quad K = - \frac{1}{a} \left(\frac{\partial V_a}{u \partial v} \right)_{v=0}$$

$$(12) \quad K = - \frac{1}{au} C_2 \left[\frac{u}{2} \lg \frac{u-1}{u+1} + 1 \right]$$

Den Wert von C_2 erhalten wir aus (6) und (7) durch Multiplikation mit μ bzgl. $-u_0$. Addieren wir die Gleichungen, bekommen wir somit:

$$\begin{aligned} C_2 \left[\frac{u_0}{2} \lg \frac{u_0-1}{u_0+1} + \frac{u_0^2}{u_0^2-1} - \frac{\mu u_0}{2} \lg \frac{u_0-1}{u_0+1} - \mu \right] &= -a u_0 (\mu - 1) \mathfrak{H}_0 \\ C_2 \left[\frac{u_0}{2} (\mu - 1) \lg \frac{u_0-1}{u_0+1} + (\mu - 1) - \frac{1}{u_0^2-1} \right] &= a u_0 (\mu - 1) \mathfrak{H}_0 \\ C_2 \left[(\mu - 1) \left(\frac{u_0}{2} \lg \frac{u_0-1}{u_0+1} + 1 \right) - \frac{1}{u_0^2-1} \right] &= a u_0 (\mu - 1) \mathfrak{H}_0 \\ (13) \quad C_2 &= \frac{a u_0 (\mu - 1) \mathfrak{H}_0}{(\mu - 1) T - \frac{1}{u_0^2-1}} \end{aligned}$$

wo

$$(14) \quad T = \frac{u_0}{2} \lg \frac{u_0-1}{u_0+1} + 1;$$

bemerken wir noch dass

$$(15) \quad \mathfrak{M} = \frac{\mu-1}{4\pi} \mathfrak{H}$$

und

$$(16) \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - P \cdot \mathfrak{M},$$

also

$$\begin{aligned} (17) \quad \frac{\mu-1}{4\pi} \mathfrak{H}_0 &= \mathfrak{M} \left(1 + \frac{\mu-1}{4\pi} P \right) \\ &= \mathfrak{M} [1 - (\mu-1)(u_0^2-1)T] \end{aligned}$$

mit Rücksicht auf Gl. (9).

Der Ausdruck für die Kraft K wird dann

$$(18) \quad K = -\frac{1}{au} C_2 \cdot R$$

$$R = \frac{u}{2} \lg \frac{u+1}{u-1} + 1$$

$$K = -\frac{4\pi u_0 \mathfrak{M} [1 - (u-1)(u_0^2-1)T]}{u \left[(u-1)T - \frac{1}{u_0^2-1} \right]} R$$

$$(19) \quad K = \frac{4\pi u_0}{u} (u_0^2 - 1) \mathfrak{M} \cdot R$$

Die Kraft K ist also der Magnetisierung proportional. In der letzten Gleichung sind jetzt alle Grössen ausser $\mathfrak{M}$ bekannt. Nennen wir die grosse Halbachse des Ellipsoids A und die kleine Halbachse B , dann ist

$$(20) \quad u_0 = \frac{A}{\sqrt{A^2 - B^2}}$$

Den Wert von u bestimmen wir aus der Gl. (2), durch Nullsetzen von z und Einführung des gemessenen Abstandes R für $\sqrt{x^2 + y^2}$

$$\frac{R^2}{a^2(u^2 - 1)} = 1.$$

Wir bekommen somit

$$u = \sqrt{1 + \frac{R^2}{a^2}}$$

a ist aber gleich $\sqrt{A^2 - B^2}$; also

$$(21) \quad u = \sqrt{1 + \frac{R^2}{A^2 - B^2}}.$$

Wir fassen schliesslich die nötigen Formeln zusammen. Ist die Kraft K bestimmt, so ergibt sich die Magnetisierung aus der Formel:

$$(22) \quad K = S \cdot \mathfrak{M},$$

wo

$$(23) \quad S = -\frac{4\pi u_0}{u} (u_0^2 - 1) \left[\frac{u}{2} \lg \frac{u+1}{u-1} - 1 \right].$$

Aus dem so bestimmten Wert von $\mathfrak{M}$ erhalten wir durch Berücksichtigung der gleichfalls bekannten Feldintensität der Spule, $\mathfrak{H}_0$:

$$(24) \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - P\mathfrak{M},$$

wo

$$(25) \quad P = 4\pi (u_0^2 - 1) \left[\frac{u_0}{2} \lg \frac{u_0+1}{u_0-1} - 1 \right]$$

Weiter ist

$$(26) \quad u_0 = \frac{A}{\sqrt{A^2 - B^2}}; \quad u = \sqrt{1 + \frac{R^2}{A^2 - B^2}}.$$

XV. Messungen.

Das hier beschriebene Verfahren der magnetischen Eisenuntersuchung wurde zur Charakterisierung des Eichmagneten, an einem Ellipsoid aus demselben Material [Dannemora 1,02] benutzt. Die Versuchsanordnung zeigt Fig. 14. Wegen der ziem-

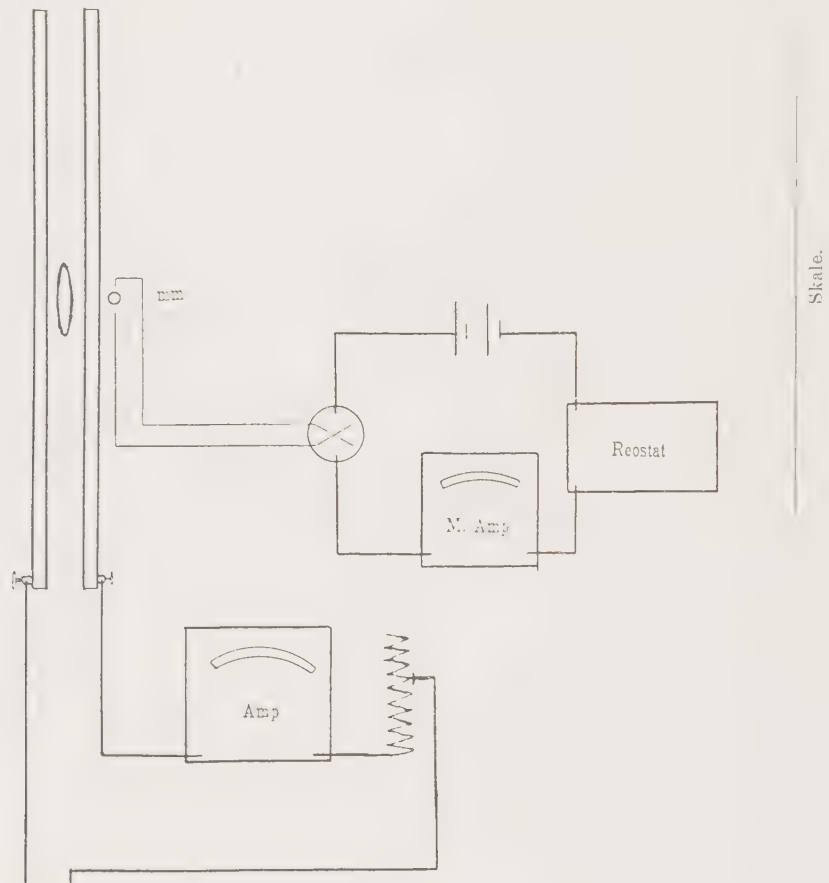


Fig. 14.

lich ungünstigen Wickelungsverhältnisse der verfügbaren Spule [der Wicklungsdraht bestand aus dünnem Kupferdraht mit sehr dicker Isolation] mussten starke Ströme (bis 10 Amp.) benutzt werden, die starken Intensitätsschwankungen unterworfen waren. Eine etwa mangelnde Übereinstimmung in den Resultaten ist also hauptsächlich diesen Umstand zuzuschreiben. Aber auch in einer anderen Hinsicht war die Spule für diesen Zweck ungeeignet. Wegen der dicken Isolation konnte

der Feldmesser dem Ellipsoid nicht so nahe gebracht werden, wie erwünscht war. — Für den hier vorliegenden Zweck, die Charakterisierung des Materials, ist aber die erhaltene Genauigkeit völlig ausreichend; will man aber die Methode zu genaueren Messungen verwenden, so ist selbstverständlich eine zweckmässigere Spule zu benutzen. Gegenüber der gewöhnlichen Magnetometermethode besitzt die beschriebene grosse Vorteile, wenigstens wenn man auf die höchste Genauigkeit verzichtet. Ausser der Bequemlichkeit die in der Verwendung des Feldmessers gegenüber der des Magnetometers liegt ist eine Kompensation des Spulenfeldes nicht nötig. Die sehr kleine Wirkung der Spule am Orte des Feldmessers wird am bequemsten durch eine kleine graphische Scheerung berücksichtigt wie später gezeigt werden wird. Ein anderer Vorteil ist die Unabhängigkeit vom erdmagnetischen Felde.

In folgender Tabelle sind die Messungen an der obengenannten Stahlorte wiedergegeben

Ellipsoid A.

Zeit	Magnetisierungsstromstärke	Magnetometerstromstärke	Magnetometerablesungen		Magnetometerausschlag
6.27	3.00	80.0	5.87 5.87	6.20	0.33
6.29	4.00	80.0	5.79 5.79	6.28	0.49
6.31	5.00	80.0	5.71 5.71	6.32	0.61
6.33	6.00	80.0	5.66 5.66	6.40	0.74
6.35	7.00	80.0	5.59 5.59	6.50	0.91
6.37	8.00	80.0	5.51 5.51	6.53	1.02
6.39	9.00	80.0	5.47 5.47	6.62	1.15
6.41	10.00	80.0	5.39 5.39	6.69	1.30
6.42	9.00	80.0	5.42 5.42	6.66	1.24
6.43	8.00	80.0	5.49 5.49	6.61	1.12

Zeit	Magnetisie- rungsstrom- stärke	Magnetometer- stromstärke	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschlag
6.44	7.00	80.0	5.51 5.51	6.58	1.07
6.45	6.00	80.0	5.59 5.59	6.50	0.91
6.46	5.00	80.0	5.63 5.63	6.46	0.83 ₂
6.47	4.00	80.0	5.69 5.70	6.40	0.70
6.48	3.00	80.0	5.75 5.75	6.33	0.58
6.49	0.00	80.0	5.98 5.98	6.12	0.14
6.50	3.00	80.0	5.91 5.91	6.20	0.29
6.51	4.00	80.0	5.83 5.83	6.29	0.46
6.52	5.00	80.0	5.77 5.77	6.35	0.58
6.53	6.00	80.0	5.69 5.69	6.40	0.71
6.54	7.00	80.0	5.62 5.62	6.50	0.88
6.55	8.00	80.0	5.57 5.57	6.60	1.03
6.56	9.00	80.0	5.48 5.48	6.67	1.19
6.57	10.00	80.0	5.41 5.41	6.71	1.30
6.58	9.00	80.0	5.48 5.48	6.68	1.20
6.59	8.00	80.0	5.50 5.50	6.62	1.12

Zeit	Magnetisie- rungsstrom- stärke	Magnetometer- stromstärke	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschlag
7.00	7.00	80.0	5.55 5.55	6.60	1.05
7.01	6.00	80.0	5.61 5.61	6.52	0.91
7.02	5.00	80.0	5.67 5.67	6.49	0.82
7.03	4.00	80.0	5.71 5.71	6.41	0.70
7.04	3.00	80.0	5.78 5.78	6.38	0.60
7.05	0.00	80.0	5.99 5.99	6.16	0.17
7.06	3.00	80.0	5.91 5.91	6.21	0.30
7.07	4.00	80.0	5.85 5.85	6.29	0.44
7.08	5.00	80.0	5.79 5.79	6.37	0.58
7.09	6.00	80.0	5.70 5.70	6.41	0.71
7.10	7.00	80.0	5.61 5.61	6.50	0.89
7.11	8.00	80.0	5.56 5.56	6.60	1.04
7.12	9.00	80.0	5.50 5.50	6.64	1.14
7.13	10.00	80.0	5.41 5.41	6.71	1.30

In die graphische Tabelle (Fig. 15) sind die in der zweiten und fünften Kolumne stehenden Werte eingetragen. Die letzten als Ordinate wiedergegebenen Werte sind zwar nach Gl. (22) der Magnetisierungsintensität proportional, wenn wir von der kleinen obengenannten Korrektur absehen; die Abscissen dagegen geben nicht die Werte der Feldstärke $\mathfrak{H}$ an, sondern eine dem ungestörten Spulenfeld $\mathfrak{H}_0$ proportionale Grösse.

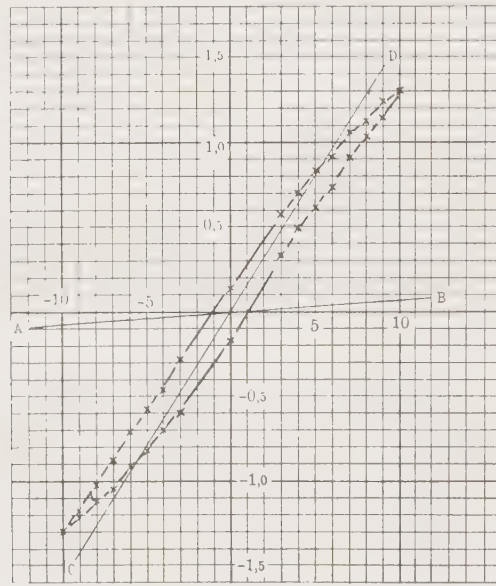


Fig. 15.

Die richtigen Werte erhalten wir am einfachsten durch ein Scheerungsverfahren. Nach Gl. (22) ergibt sich aus der Feldstärke K die Magnetisierungsintensität. Nach Einsetzen der Werte von A , B und R in (26)

$$A = 8,69 \text{ cm},$$

$$B = \frac{1}{2\pi} 5,00 \text{ cm},$$

$$R = 6,00 \text{ cm},$$

kann die Grösse S berechnet werden. Wir finden

$$S = -0,0362.$$

Der Wert von $\mathfrak{H}$ ergibt sich jetzt aus (24) für 10 Amp. Magnetisierungsstrom:

$$\mathfrak{H} = 166 - 135 = 31$$

P ist dabei 0,222.

Legen wir in Figur 15 durch den Ursprung eine Gerade CD , die für den höchsten Ordinatenwert eine Abscisse gleich 135 C. G. S.-Einheiten (d. h. in der Abscisseneinheit = 7,7) hat, so haben wir die Feldstärkenwerte von dieser Linie aus zu rechnen.

Eine entsprechende Scheerung AB berücksichtigt die Korrektur wegen des Spulenfeldes:

Das zur Untersuchung der Kegelpole verwandte Schmiedeeisen (Avesta 0,25) ergab folgende Werte:

Ellipsoid B.

Zeit	Magnetisie- rungsstrom- stärke	Magnetometer- stromstärke	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschlag
3.02	3.00	80.0	5.90 5.90	6.40	0.50
3.04	4.00	80.0	5.81 5.81	6.49	0.68
3.06	5.00	80.0	5.73 5.73	6.56	0.83
3.08	6.00	80.0	5.66 5.66	6.67	1.01
3.10	7.00	80.0	5.60 5.60	6.73	1.13
3.12	8.00	80.0	5.51 5.51	6.82	1.31
3.14	9.00	80.0	5.42 5.42	6.90	1.48
3.16	10.00	80.0	5.34 5.34	6.99	1.65
3.17	9.00	80.0	5.40 5.40	6.90	1.50
3.18	8.00	80.0	5.49 5.49	6.82	1.33
3.19	7.00	80.0	5.54 5.54	6.72	1.18
3.20	6.00	80.0	5.63 5.63	6.65	1.02
3.21	5.00	80.0	5.70 5.70	6.59	0.89
3.22	4.00	80.0	5.80 5.80	6.50	0.70

Zeit	Magnetisie- rungsstrom- stärke	Magnetometer- stromstärke	Magnetometerablesungen		Magnetometer- ausschlag
3.23	3.00	80.0	5.89 5.89	6.40	0.51
3.29	3.00	80.0	5.91 5.91	6.40	0.49
3.30	4.00	80.0	5.82 5.82	6.50	0.68
3.31	5.00	80.0	5.76 5.76	6.60	0.84
3.32	6.00	80.0	5.68 5.68	6.68	1.00
3.33	7.00	80.0	5.59 5.59	6.77	1.18
3.34	8.00	80.0	5.50 5.50	6.83	1.33
3.35	9.00	80.0	5.41 5.41	6.91	1.50
3.36	10.00	80.0	5.36 5.36	7.00	1.64
3.37	9.00	80.0	5.40 5.40	6.90	1.50
3.38	8.00	80.0	5.51 5.51	6.87	1.36
3.39	7.00	80.0	5.59 5.59	6.79	1.20
3.40	6.00	80.0	5.70 5.70	6.70	1.00
3.41	5.00	80.0	5.79 5.79	6.62	0.83
3.42	4.40	80.0	5.84 5.86	6.55	0.69
3.43	3.00	80.0	5.91 5.91	6.48	0.43
3.44	0.00	80.0	6.19 6.19	6.21	0.03

Die Werte des ungestörten Feldes und der Magnetisierung sind in der folgenden graphischen Tabelle wiedergegeben.

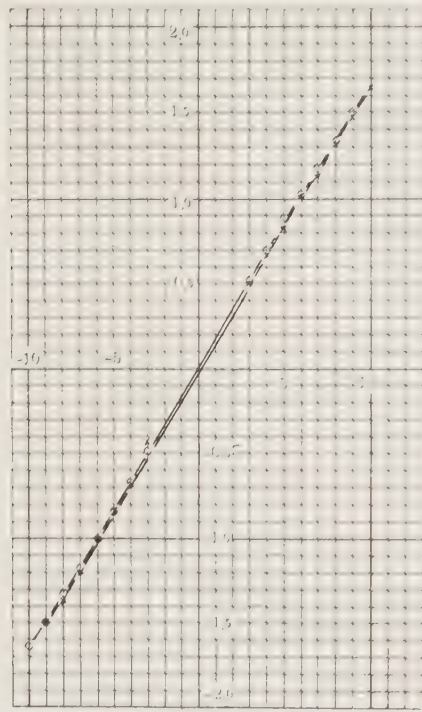


Fig. 16.

An die Darlegung der Verwendungsarten des Drehspulmagnetometers mögen einige vorläufige Bemerkungen über Messungen von Wechselstromgrößen angeschlossen werden. — Wird der Feldmessersolenoid mit demselben Wechselstromgetrieben wie die Magnetisierungsspirale, so erhalten wir einen Integraleffekt

$$\text{prop.} \int_0^{\tau} \mathfrak{M} \mathfrak{H}_0 dt;$$

es wird nämlich die Stromrichtung im Solenoid gleichzeitig mit der Magnetisierung umgekehrt

Durch Veränderung ist es aber möglich eine interessantere Funktion zu registrieren. Zu diesem Zwecke wird der Solenoid mit einem in einem Lufttransformator phasenverschobenen Strom beschickt. Wäre dann die Hysteresis des Ellipsoides gleich Null so würde der Feldmesser keinen Ausschlag geben. Der Ausschlag wird in diesem Falle:

$$\text{prop.} \int_0^{\tau} \mathfrak{M} \cdot \frac{\partial \mathfrak{H}_0}{\partial t} dt;$$

wird der Strom sinusförmig angenommen, dann ist es auch die Magnetisierung $\mathfrak{M}$; $\frac{\partial \mathfrak{H}_0}{\partial t}$ dagegen ist dem Cosinus proportional: der Integral somit Null. Besitzt das Eisen Hysteresis, so wird die Magnetisierung gegen den Strom ein wenig verschoben und man bekommt einen Ausschlag, der der Hysteresis zuzuschreiben ist. Wir wollen kurz die Bedeutung des Ausschlages berechnen. Nehmen wir den Wechselstrom sinusförmig an; dann ist erstens das ungestörte Spulenfeld $\mathfrak{H}_0$ sinusförmig, zweitens die Solenoidenstromstärke prop. $\frac{\partial \mathfrak{H}_0}{\partial t}$, d. h. cosinusförmig.

Der Ausschlag α ist dem Produkt aus Magnetisierung $\mathfrak{M}$ und Solenoidstromstärke $\frac{\partial \mathfrak{H}_0}{\partial t}$ prop.

$$\int_0^{\tau} \mathfrak{M} \frac{\partial \mathfrak{H}_0}{\partial t} dt$$

Nach bekannten Formeln ist

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - P\mathfrak{M},$$

also

$$\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{H}_0}{\partial t} - P \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t}$$

und

$$4\pi\mathfrak{M} = \mathfrak{B} - \mathfrak{H},$$

$$\alpha \text{ prop. } \int_0^{\tau} \mathfrak{M} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} dt + P \int_0^{\tau} \mathfrak{M} \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} dt$$

Setzen wir in erster Annäherung die Permeabilität als konstant voraus, so ist $\mathfrak{M}$ prop. $\mathfrak{B}$, also der erste Term der Magnetisierungsarbeit prop. Ist der Entmagnetisierungsfaktor P hinreichend gross, wird somit der Ausschlag ein Mass der Hysteresisarbeit. Wollen wir aber den zweiten Term mit berücksichtigen, so ist lediglich durch den Solenoid ein Strom prop. $\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t}$ zu senden. Dies wird unter den gemachten Voraussetzungen einfach dadurch erreicht, dass wir durch Umlegen einiger Wicklungen um den Ellipsoid einen schwachen Induktionsstrom abnehmen.

IV.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Es wurde die Konstruktion eines Magnetfeldmessers nach dem Drehspulenprinzip angegeben und geprüft. Das Instrument zeigte den Stromstärken proportionale Ausschläge bis 0,01 Amp.

2. Mit dem Feldmesser können Feldstärken von 1 C. G. S. aufwärts bestimmt werden.

Die Genauigkeit beträgt bei Feldstärken grösser als 100 C. G. S. wenigstens 0,5 %.

3. Zur Eichung des Instrumentes dienten zwei Methoden:

A. Ein berechenbares Spulenfeld.

B. Ein permanenter Magnet (dessen Feld nach A bestimmt war).

4. In Zusammenhänge mit der ersten der genannten Eichmethoden wurde das Feld längs der Spulenachse ermittelt und in Übereinstimmung mit der Theorie gefunden.

5. Es wurde eine neue bei kleineren Spiegeln verwendbare Ablesungsmethode angegeben.

6. Mit Hilfe der Feldmesser wurde die Feldform bei einem Ruhmkorffschen Elektromagneten mit verschiedenen Polansätzen ermittelt. Die Ergebnisse sind in graphischen Tabellen wiedergegeben.

7. Zur magnetischen Untersuchung der verwandten Materialien wurde eine abgeänderte Magnetometermethode benutzt; hierbei wird die Magnetisierungsintensität durch Feldmessung in der Äquatorialebene des Ellipsoides bestimmt. Die zur Berechnung der wirklichen Feldstärke nötigen Formeln wurden entwickelt.

8. Hinzukamen einige vorläufige Bemerkungen über die Verwendung von Wechselstrom im Solenoide zur Untersuchung der magnetischen Grössen bei Wechselmagnetisierung.

Es ist mir eine angenehme Pflicht dem Direktor des Institutes Herrn Prof. Dr. J. R. RYDBERG für die wohlwollende Förderung dieser Arbeit meinen herzlichsten Dank auszusprechen. Bei der Ausführung einiger der numerischen Rechnungen hat mich mein Freund Herr mag. phil. ROB OLSSON freundlich unterstützt. Schliesslich sei es mir gestattet der Königl. Physiographischen Gesellschaft zu Lund für die ökonomische Unterstützung der Arbeit aufrichtig zu danken.



Inhaltsübersicht.

I. Einleitung	3
I. Der Drehspulmagnetometer.....	4
II. Konstruktion des Magnetfeldmessers	5
III. Ablesungsmethoden	6
IV. Eichungsverfahren.....	9
V. Versuchsanordnung	10
VI. Sekundäre Eichung	20
II. Spezielle Magnetfelder.....	23
VII. Die Messungen	24
VIII. Feldstärke als Funktion des Magnetisierungsstromes.....	25
IX. Feldform als Funktion des Magnetisierungsstromes	26
X. Die Form des Feldes bei Flachpolen	32
XI. Die Wirkung cylindrischer Durchbohrungen.....	35
XII. Meisselförmige Polschuhe	41
XIII. Kegelförmige Polschuhe.....	44
III. Magnetische Eisenuntersuchung	50
XIV. Theorie der Methode.....	50
XV. Messungen	54
IV. Zusammenfassung der Resultate	63
